CUSTOS NO DIMENSIONAMENTO DE LAJES PRÉ-MOLDADAS: UM MODELO MATEMÁTICO DE PROJETO ÓTIMO

Paulo Henrique Fassina
TARCÍSIO PEDRO DA SILVA
Nelson Hein

Resumo:

O problema a ser tratado neste trabalho resume-se a determinar as dimensões ótimas de lajes pré-moldadas de concreto armado, de forma a minimizar seu custo por metro quadrado de área construída, preservada a estabilidade estrutural da peça e respeitadas as normas técnicas vigentes, usando um modelo de programação não-linear. Para tanto, realizoua-se um estudo exploratório, de natureza bibliográfica, com abordagem quantitativa em que por meio do auxílio do pacote matemático MatLab, usando o Método das Barreiras (BAZARRA, 1979; HEIN, 1999), são analisados os resultados obtidos. Os principais benefícios que podem ser advindos com a resolução do problema descrito, estão ligados melhor utilização dos recursos das empresas por meio do dimencionamento dos custos em lajes pré-moldadas, repercutindo no adequado modelo matemático de projeto ótimo. Além disso, a melhor utilização dos recursos econômicos permitirá concentrar esforços em outros envestimentos.

Área temática: *Aplicação de Modelos Quantitativos na Gestão de Custos*

Custos no dimensionamento de lajes pré-moldadas: um modelo matemático de projeto ótimo

Resumo

O problema a ser tratado neste trabalho resume-se a determinar as dimensões ótimas de lajes pré-moldadas de concreto armado, de forma a minimizar seu custo por metro quadrado de área construída, preservada a estabilidade estrutural da peça e respeitadas as normas técnicas vigentes, usando um modelo de programação não-linear. Para tanto, realizou-se um estudo exploratório, de natureza bibliográfica, com abordagem quantitativa em que por meio do auxílio do pacote matemático MatLab, usando o Método das Barreiras (BAZARRA, 1979; HEIN, 1999), são analisados os resultados obtidos. Os principais benefícios que podem ser advindos com a resolução do problema descrito, estão ligados melhor utilização dos recursos das empresas por meio do dimencionamento dos custos em lajes pré-moldadas, repercutindo no adequado modelo matemático de projeto ótimo. Além disso, a melhor utilização dos recursos econômicos permitirá concentrar esforços em outros envestimentos.

Palavras-chave: Custos de lajes pré-moldadas. Modelo matemático. Otimização de recursos.

Área Temática: Aplicação de Modelos Quantitativos na Gestão de Custos

1 Introdução

O dimensionamento convencional de estruturas de concreto armado visa obter simplesmente um detalhamento de uma seção, cujos esforços resistentes sejam capazes de suportar com a devida segurança os esforços atuantes e que, ao mesmo tempo, satisfaça aos requisitos e prescrições de norma. Sem embargo, para um mesmo carregamento atuante, existem diversas configurações possíveis que satisfazem a tais requisitos e, por conseguinte muitas soluções são consideradas aceitáveis. Entretanto, na atualidade com a alta competitividade do mercado, existe a necessidade cada vez maior em se diminuir os custos das construções (CHAKRABARTY, 1992). Assim sendo, é cada vez mais importante a obtenção de um detalhamento menos custoso das seções de concreto, ou seja, onde o consumo de materiais seja o menor possível sem comprometer a estrutura.

Este objetivo é alcançado por meio da utilização de uma técnica de otimização, cuja finalidade é selecionar a melhor solução entre as muitas possíveis, tendo por base um ou mais critérios, como por exemplo, menor custo e critério de resistência.

No artigo que se apresenta, o objetivo é construir, resolver e avaliar um modelo matemático que busca a solução ótima do dimensionamento de uma laje pré-fabicada de concreto armado. Para tanto serão usadas as ferramentas da programação matemática, que é uma metodologia (conjunto de métodos) bem definida que atende (via linguagem matemática) objetivos a serem alcançados e restrições a serem respeitadas.

Basicamente, para o problema que se apresenta o Modelo Matemático é do tipo:

$$\text{Minimizar } f(x) \tag{1}$$

$$\text{Sujeito a: } \begin{array}{ll} g_i(x) \le 0; i = 1,\dots,m & (2) \\ x \in S \subset IR^n & (3) \end{array}$$

A expressão (3) significa que pode ocorrer que as funções f e g_i de (1) e (2) estejam definidas somente sobre um subconjunto de IR^n. Stange (1982) expõe que, por exemplo, basta que uma das variáveis definidas abaixo venha a ser negativa para que o problema não tenha mais sentido prático. O mesmo acontecerá se uma dessas variáveis resultar muito grande. Na verdade, para que o método de resolução a ser empregado convirja deve-se ter S como um conjunto robusto.

As variáveis básicas $x_1,...,x_n$ selecionadas são as seguintes:

$x_1 =$ espessura da laje,
$x_2 =$ altura da viga lateral,
$x_3 =$ base inferior da viga lateral,
$x_4 =$ largura de cálculo da laje,
$x_5 =$ Comprimento de cálculo da laje
$x_6 =$ distância da face superior da laje até sua linha neutra,
$x_7 =$ distância da face superior da laje até a linha neutra da viga,

sendo os valores e_1, e_2, e_3 constantes.

Fixadas as variáveis do problema, coloca-se a questão da construção da função objetivo, ou seja, a função (1) a ser minimizada. Essa função deverá descrever matematicamente o curso total da laje por metro quadrado de área construída, envolvendo, portanto, custos de material e de mão de obra. Tem-se então:

$$f(x) = \frac{\sum_{i=1}^{5} f_i(x)}{s(x)} \tag{4}$$

onde:

$s =$ área coberta pela laje,
$f_1 =$ custo da concreto,
$f_2 =$ custo da forma,
$f_3 =$ custo do acabamento,
$f_4 =$ custo da montagem,
$f_5 =$ custo do aço,

Este conjunto de funções será descrito a seguir.

A pesquisa justifica-se pela contribuição da análise do gerenciamento do processo de produção de lajes pré-moldadas sobre cada uma das diferentes formas de produção uma vez que esta consome recursos econômico-financeiros de forma considerável na construção civil.

A organização do trabalho deve-se por meio de partes interrelacionadas. Além desta introdução que faz considerações preliminares sobre a atividade de redimencionamento dos custos de lajes pré-moldadas. No momento seguinte apresenta o modelo técnico da obra. Em seguida aborda as restrições do problema. Depois, descreve o modelo matemático. Por fim, apresenta os resultados e as referências que fundamentam a abordagem.

2 O Modelo técnico da obra

Neste item é elaborado o modelo técnico da obra, respeitando as equações estruturais fornecidas pelo cálculo estrutural (FUSCO, 1981). A laje cobre uma área. Esta área é dada por (KANAGASUNDARAM, 1990):

$$s(x) = (x_3 + x_4).(x_3 + x_5) \tag{5}$$

O custo do concreto será dado por:

$$f_1(x) = (a_1 + a_2)V(x) \tag{6}$$

onde:

$a_1 =$ preço de um metro cúbico de concreto,

$a_2 =$ custo da mão de obra para o emprego de um metro cúbico de concreto (SHEHATA, 1998);

$v =$ volume da laje em m³, dado por:

$$v(x) = (x_3 + x_5).(x_3 + x_4 - 2e_3)x_1 + (2x_3 + e_3).x_2.(x_4 + x_5 - e_3). \qquad (7)$$

Inclui-se o custo da forma (STANGE, 1982) que é calculado pela equação 8:

$$f_2(x) = \frac{(a_3 + a_4)S_F(x)}{N_F} \qquad (8)$$

onde:

$a_3 =$ preço do material utilizado para a confecção da mesma, por metro quadrado;

$a_4 =$ custo da mão de obra para a fabricação da forma (SARMA, 1998), por metro quadrado de material consumido. – Notar que este coeficiente pode, eventualmente, vir a ser dado por uma função de x_i, $i = 1,...,5$ dependendo do processo de fabricação da forma. Por exemplo, fabricar uma forma de 10 m de comprimento pode ser mais barato que fabricar duas de 5 m cada;

$S_F =$ superfície de material utilizado, dada por:

$$S_F(x) = x_3(x_4 + x_5) + 2(x_c + e_2).(2x_3 + x_4 + x_5) + (x_2 + e_2 - x_1).(x_4 + x_5 - e_3) \qquad (9)$$

$N_F =$ número de vezes que a mesma forma é utilizada.

Tratando-se de uma peça pré-fabricada, é necessário considerar o custo de acabamento da mesma (MONTOYA, 1994). Incluem-se neste item, a correção de pequenas falhas na superfície da peça, a colocação de ganchos para sua suspensão por um guindaste, etc (MELO, 2000). A função correspondente será:

$$f_3(x) = a_5 r_1(x) \qquad (10)$$

onde:

$a_5 =$ Custo da hora de trabalho dos operários engajados no acabamento da peça;

$r_1 =$ Número de horas de trabalho desses operários, dado em função das dimensões da peça.

Nos custos de montagem da peça pré-fabricada, consideram-se os custos de mão de obra bem como as despesas com guindaste e demais equipamentos utilizados (STANGE, 1982):

$$f_4(x) = a_6 r_2(x) \qquad (11)$$

onde:

$a_6 =$ custo de mão de obra e despesas com equipamento, por hora de trabalho;

$r_2 =$ número de horas de trabalho necessárias para a colocação da peça, dado em função de suas dimensões.

Nesta parcela de função objetivo está incluído o cálculo da ferragem necessária para combater as tensões às quais a peça estará submetida (KANG, 1993), havendo sido consideradas as seguintes:

(i) momento fletor no sentido transversal da laje;

(ii) momento fletor no sentido longitudinal da viga, sendo esta calculada como uma viga T;
(iii) cisalhamento na viga;

A armadura transversal da laje, por metro de largura, será dada por:

$$F_1(x) = \frac{Z_L(x)}{\beta_S} \tag{12}$$

onde:

$\beta_S =$ coeficiente de resistência do aço à tração;

$Z_L =$ força de tração na laje, considerada como sendo igual à de compressão, uma vez que não está prevista armadura de compressão, ou seja, deve valer sempre.

$$D_L = Z_L, \tag{13}$$

com Z_L dada por:

$$Z_L(x) = \begin{cases} \beta_C x_6 \dfrac{\varepsilon_L}{12}(6 - \varepsilon_L), se: 0 \le \varepsilon_L \le 2 \\ \beta_C x_6 \dfrac{3\varepsilon_L - 2}{3\varepsilon_L}, se: 2 < \varepsilon_L \le 3{,}5 \end{cases} \tag{14}$$

Com:

$\beta_C =$ coeficiente de resistência do concreto à compressão;

$\varepsilon_L =$ taxa de compressão de concreto na laje, dada por:

$$\varepsilon_L(x) = \frac{\varepsilon_e x_6}{x_1 - h_L - x_6}, \tag{15}$$

A armadura transversal da longitudinal da viga será dada por (ZIENKIEWICZ, 1990):

$$F_2(x) = \frac{Z_V(x)}{\beta_S}, \tag{16}$$

sendo

$Z_V =$ força de tração na viga, também considerada igual à de compressão, ou seja:

$$D_V = Z_V. \tag{17}$$

Para a determinação de Z_V, faz-se necessário distinguir entre dois casos (GROSSI, 1998):

(i) quando a linha neutra da viga estiver dentro da laje: $x_7 \le x_1$.

(ii) quando a linha neutra da viga estiver fora da laje: $x_7 > x_1$.

Para o primeiro caso tem-se:

$$Z_V(x) = a_V \beta_C b_{VD} x_7, \tag{18}$$

Onde:

$b_{VD} =$ largura útil da viga, ou seja

$$b_{VD}(x) = \min\left\{ \frac{\frac{x_5}{3} + x_4}{2}, \frac{x_3 + x_4}{2} \right\}, \tag{19}$$

e o coeficiente α_V é dado pela função:

$$\alpha_V(x) = \begin{cases} \frac{\varepsilon_V}{12}(6 - \varepsilon_V), se: 0 \le \varepsilon_V \le 2 \\ \frac{3\varepsilon_V - 2}{3\varepsilon_V}, se: 2 < \varepsilon_V \le 3{,}5 \end{cases} \tag{20}$$

sendo ε_V a taxa de compressão do concreto na viga, dada por:

$$\varepsilon_V(x) = \frac{\varepsilon_e x_7}{h_V - x_7} \tag{21}$$

Com:

$\varepsilon_e =$ taxa de tração do aço tomada aqui como constante igual a 50%;

e

$h_V =$ altura útil da viga, dada por:

$$h_V(x) = x_2 + e_2 - h_{VR} \tag{22}$$

onde h_{VR} é uma constante e representa a espessura do recobrimento da armadura da viga.

Para o segundo caso tem-se que:

$$Z_V(x) = D_V - D_{V1}, \tag{23}$$

onde:

D_V é a força total de compressão, como se a viga fosse retangular com base b_{VD}. No entanto, a viga é calculada como viga T, fazendo-se necessário subtrair a parte que falta, à qual corresponde a força de compressão. Daí surge:

$$D_{V1}(x) = \alpha_1 (b_{VD} - b_{min})(x_7 - x_1)\beta_V \tag{24}$$

com

$b_{min} =$ largura mínima da viga, dada por:

$$b_{min}(x) = \min\{x_3, b_o\} \tag{25}$$

e ainda:

$$\alpha_1(x) = \begin{cases} \dfrac{\varepsilon'_V}{12}(6 - \varepsilon'_V), se: 0 \leq \varepsilon'_V \leq 2 \\ \dfrac{3\varepsilon'_V - 2}{3\varepsilon'_V}, se: 2 < \varepsilon'_V \leq 3{,}5 \end{cases} \tag{26}$$

Sendo:

$\varepsilon'_V =$ taxa de compressão do concreto na face inferior da laje, dada por (AHMAD, 1979):

$$\varepsilon'_V(x) = \frac{\varepsilon_V(x_7 - x_1)}{x_7} \tag{27}$$

com ε_V dada em (21).

Na armadura de cisalhamento faz-se necessário distinguir entre três casos (VAZ, 1990):

a) $\tau_o \leq \tau_{o12}$ (28)

b) $\tau_{o12} < \tau_o \leq \tau_{o2}$ (28')

c) $\tau_{o2} < \tau_o \leq \tau_{o3}$ (28'')

onde τ_{012}, τ_{02} e τ_{03} são constantes conhecidas e τ_0 é a tensão de cisalhamento existente na viga, dada por:

$$\tau_0 = \frac{V_{V\max}}{z_V b_{\min}} \tag{29}$$

Onde:

$V_{V\max} =$ força transversal máxima na viga, dada por:

$$V_{V\max}(x) = \frac{1}{2} q_V x_5 \tag{30}$$

com

$q_V =$ carga total da viga por metro, dada por:

$$q_V(x) = \frac{1}{2}\left[g_V(x) + p_V(x)\right], \tag{31}$$

para

$g_V =$ peso próprio da peça, dado por:

$$g_V(x) = \rho x_1(x_3 + x_4) + 2\rho x_2(x_3 + \frac{e_3}{2}) + p_1(x_3 + x_4), \tag{32}$$

Onde:

$\rho =$ peso específico do concreto,

$p_1 =$ revestimento da laje

e

$$p_V(x) = p_2(x_3 + x_4) \tag{33}$$

Onde:

$p_2 =$ carga permanente sobre a laje;

e

$z_V =$ braço de alavanca interno da viga.

Para o cálculo de z_V impõe-se novamente distinguir entre os casos

(i) $x_1 \geq x_7$

(ii) $x_7 > x_1$.

No primeiro caso vale:

$$z_V(x) = h_V - K_{aV}x_7 \tag{34}$$

onde

h_V é dado em (22) e

$$K_{aV}(x) = \begin{cases} \dfrac{8-\varepsilon_V}{4(6-3\varepsilon_V)}, se: 0 \leq \varepsilon_V \leq 2 \\ \dfrac{\varepsilon_V(3\varepsilon_V - 4) + 2}{2\varepsilon_V(e\varepsilon_V - 2)}, se: 2 < \varepsilon_V \leq 3{,}5 \end{cases} \tag{35}$$

com ε_V dado em (21).

No segundo caso tem-se:

$$z_V = h_V - a_x \tag{36}$$

onde

$$a_X(x) = \frac{D_V K_{a1} x_7 - D_{V1}\left[x_1 + K_{a2}(x_7 - x_1)\right]}{D_V} \tag{37}$$

com D_V e D_{V1} sendo dadas em (17) e (24), respectivamente, e:

$$K_{a1} = K_{aV} \tag{38}$$

com K_{aV} dado em (35) e:

$$K_{a2}(x) = \begin{cases} \dfrac{8-\varepsilon'_V}{4(6-\varepsilon'_V)}, se: 0 \leq \varepsilon'_V \leq 2 \\ \dfrac{\varepsilon'_V(3\varepsilon'_V - 4) + 2}{2\varepsilon'_V(3\varepsilon'_V - 2)}, se: 2 < \varepsilon'_V \leq 3{,}5 \end{cases} \tag{39}$$

onde ε_V e ε'_V são dadas em (21) e (27), respectivamente.

Finalmente, a ferragem de cisalhamento será:

a) Se τ_0 dado em (29) satisfizer $\tau_0 \leq \tau_{012}$, só será exigida armadura mínima, isto é

$F_3 =$ 4 ϕ 6 mm por metro, ou seja

$$F_3 = 113{,}10 \text{ mm}^2/\text{m}. \tag{40}$$

b) Se $\tau_{012} < \tau_0 \leq \tau_{02}$, é permitido o uso de armadura reduzida, ou seja:

$$F_3 = \frac{\tau}{\sigma_e} b_{min} \tag{41}$$

onde:

$\sigma_e =$ Tensão máxima permissível para o aço, que é:

$$\sigma_e = \text{Min } \{2400, \ \beta_S / v\} \tag{42}$$

com v sendo o coeficiente de segurança e b_{min} dado por (25) e:

$$\tau = \max\left\{0{,}4\tau_0; \frac{\tau_0^2}{\tau_{02}}\right\} \tag{43}$$

c) Se $\tau_{02} < \tau_0 \leq \tau_{03}$, será exigida a armadura total, ou seja:

$$F_3 = \frac{\tau_0}{\sigma_e} b_{min} \tag{44}$$

com σ_e e b_{min} dados no caso b) acima.

Uma vez obtidas as três diferentes ferragens, é possível exprimir a última parcela da função objetivo, ou seja:

$$f_5(x) = \rho_a (a_7 + a_8)[sF_1 + 2(x_3 + x_5)(F_2 + F_3 L)] \tag{45}$$

onde:

$\rho_a =$ Peso específico do aço;

$a_7 =$ Custo do aço por tonelada;

$a_8 =$ Custo da mão de obra a confecção das armaduras, por tonelada de aço empregado;

$s =$ Superfície da laje, dada por (5);

$F_1 =$ Armadura transversal da laje, dada por (12);

$F_2 =$ Armadura longitudinal da viga, dada por (16);

$F_3 =$ Armadura de cisalhamento da viga, dada por (40), (41) ou (44);

$L =$ Comprimento de cada estribo da armadura de cisalhamento dado por:

$$L(x) = 2(x_2 + x_3) \tag{46}$$

3 As restrições do problema

O equilíbrio das forças internas, em um dimensionamento ótimo, tanto na laje como na viga, deve valer:

$$vM - Dz = 0 \tag{47}$$

No entanto, para que o conjunto viável do problema de otimização seja robusto (STANGE, 1982), não se admitem restrições de igualdade e a expressão (47) será enfraquecida para:

$$vM - Dz \leq 0 \tag{48}$$

O que não oferece nenhuma desvantagem. Pelo contrário, fornece um critério a mais para se saber se o resultado obtido é um ponto de ótimo ou não, pois se for, a igualdade (47) estará necessariamente satisfeita. Note-se, no entanto, que esta é uma condição necessária, mas não suficiente.

O equilíbrio das forças internas na laje obedecem a equação:

$$vM_L - D_L z_L \leq 0 \tag{49}$$

onde D_L é dado em (13), v é o coeficiente de segurança e $vM_L =$ momento de ruptura da laje, dado por:

$$M_L(x) = \frac{1}{8} q_L x_4^2, \tag{50}$$

onde:

$q_L =$ carga por metro no sentido transversal da laje:

$$q_L(x) = p_1 + p_2 +_\rho x_1, \tag{51}$$

Com ρ, p_1 e p_2 dados na seção anterior.

$z_L(x) =$ braço interno de alavanca da laje, dado por:

$$z_L(x) = h_u - K_a x_6 \tag{52}$$

Com:

$h_u =$ Altura útil da laje, ou seja:

$$h_u(x) = x_1 - h_L \tag{53}$$

Com h_L sendo a espessura do recobrimento da armadura da laje em que:

$$k_a(x) = \begin{cases} \dfrac{8-\varepsilon_L}{4(6-\varepsilon_L)}, se: 0 \le \varepsilon_L \le 2 \\ \dfrac{{}_L(3\varepsilon_L - 4) + 2}{2\varepsilon_L(3\varepsilon_L - 2)}, se: 2 < \varepsilon_L \le 3{,}5 \end{cases} \qquad (54)$$

Do equilíbrio das forças internas da viga tem-se que:

$$vM_V - D_V z_V \le 0 \qquad (55)$$

Com D_V dado em (17) e z_V dado (34) ou (36), conforme o caso e:

$vM_V =$ Momento de ruptura da viga:

$$M_V(x) = \frac{1}{8} q_V x_5^2, \qquad (56)$$

Onde q_V é dado por (31) e v é o coeficiente de segurança.

As tensões de cisalhamento na viga não pode ultrapassar a tensão máxima admissível τ_{03} fixada pelas normas técnicas:

$$\tau_0 \le \tau_{03} \qquad (57)$$

Onde τ_0 é dado por (29).

Segundo as normas técnicas, a taxa de deformação do concreto devida a tensões de compressão deve manter-se entre 0 $^0\!/_{00}$ e 3,5 $^0\!/_{00}$,ou seja:

(i) Para a laje deve valer

$$\varepsilon_L - 3{,}5 \le 0 \qquad (58)$$

e

$$-\varepsilon_L \le 0, \qquad (59)$$

Com ε_L dado em (15).

(ii) Para a viga deve valer

$$\varepsilon_V - 3{,}5 \le 0 \qquad (60)$$

e

$$-\varepsilon_V \le 0 \qquad (61)$$

Com ε_V dado em (21).

Obedecendo as normas técnicas, a altura total da viga deve ser tal que a flecha máxima devida à flexão se mantenha dentro de limites pré-fixados (SÜSSEKIND, 1980):

$$e_2 + x_2 \geq \frac{x_5^2}{150} \tag{62}$$

Por razões construtivas, é pré-fixada uma altura máxima H_V para a viga, ou seja:

$$x_2 \leq H_V \tag{63}$$

As cotas: superior e inferior para a base da viga, por imposição das normas técnicas e/ou por razões construtivas, tem-se:

$$x_3 \leq B_V \tag{64}$$

e

$$b_V \leq x_3 \tag{65}$$

Quanto às cotas: superior e inferior para a espessura da laje, novamente por razões construtivas e/ou imposições das noras técnicas, são dadas por:

$$x_1 \leq T_L \tag{66}$$

e

$$t_L \leq x_1 \tag{67}$$

Para que a laje possa ser calculada como viga; isto é, para que seja válido o método de cálculo aqui apresentado, a largura da laje não deve ultrapassar a metade de seu comprimento:

$$2x_4 \leq x_5 \tag{68}$$

A cota superior para o comprimento da laje e inferior para sua largura são dados por:

$$x_5 \leq L_L \tag{69}$$

e

$$x_4 \geq l_l \tag{70}$$

Onde L_L e l_l são fixados por razões construtivas.

A taxa de armadura longitudinal da viga não deve ultrapassar uma certa percentagem k da área da seção transversal dessa viga (CUNHA, 1984):

$$F_2 \leq kS_T \tag{71}$$

Onde F_2 é dada em (16) e

$S_T =$ Área da seção transversal da viga, dada por:

$$S_T = e_1 x_2 + \frac{1}{2}\left[2(x_3 - e_1) + e_3\right](x_2 + e_2 - x_1). \tag{72}$$

4 O Modelo Matemático

Resumido, o modelo matemático para o problema proposto será então:

$$\min f(x) = \sum_{i=1}^{5} \frac{f_i(x)}{s(x)} \qquad (4)$$

Sujeito a:

$$g_1(x) = vM_L(x) - D_L(x)z_L(x) \le 0 \qquad (49)$$

$$g_2(x) = vM_V(x) - D_V(x)z_V(x) \le 0 \qquad (55)$$

$$g_3(x) = \tau_0(x) - \tau_{03} \le 0 \qquad (57)$$

$$g_4(x) = \varepsilon_L(x) - 3{,}5 \le 0 \qquad (58)$$

$$g_5(x) = -\varepsilon_L(x) \le 0 \qquad (59)$$

$$g_6(x) = \varepsilon_V(x) - 3{,}5 \le 0 \qquad (60)$$

$$g_7(x) = -\varepsilon_V(x) \le 0 \qquad (61)$$

$$g_8(x) = \frac{-e_2 - x_2 + x_5^2}{150 \le 0} \qquad (62)$$

$$g_9(x) = x_2 - H_V \le 0 \qquad (63)$$

$$g_{10}(x) = x_3 - B_V \le 0 \qquad (64)$$

$$g_{11}(x) = b_V - x_3 \le 0 \qquad (65)$$

$$g_{12}(x) = x_1 - T_L \le 0 \qquad (66)$$

$$g_{13}(x) = t_L - x_1 \le 0 \qquad (67)$$

$$g_{14}(x) = 2x_4 - x_5 \le 0 \qquad (68)$$

$$g_{15}(x) = x_5 - L_V \le 0 \qquad (69)$$

$$g_{16}(x) = l_L - x_4 \le 0 \qquad (70)$$

$$g_{17}(x) = F_2(x) - kS_T(x) \le 0 \qquad (71)$$

5 O Resultados

Os objetivos de construir, resolver e avaliar um modelo matemático que buscasse a solução ótima do dimensionamento de uma laje pré-fabicada de concreto armado foram concluídos. Para tanto foram utilizadas ferramentas da programação matemática, que é uma metodologia (conjunto de métodos) bem definida que atende (via linguagem matemática) objetivos a serem alcançados e restrições a serem respeitadas.

O problema tratado neste trabalho apresentou as dimensões ótimas de lajes pré-moldadas de concreto armado, de forma a minimizar seu custo por metro quadrado de área construída, preservada a estabilidade estrutural da peça e respeitadas as normas técnicas vigentes, usando um modelo de programação não-linear.

Assim, com o auxílio do pacote matemático MatLab, usando o Método das Barreiras (BAZARRA, 1979; HEIN, 1999), buscou-se a análise do modelo. A partir do ponto inicial $x^{(0)}$, ao qual corresponde o valor da função objetivo $f^{(0)}$. Foi obtida a solução x*, à qual corresponde o valor da função objetivo f*, como mostra o Quadro 1.

	x^0	x*	Dimensão
x_1	10,0	9,0	[cm]
x^{5}	24,0	32,0	[cm]
x_3	17,5	11,0	[cm]

x_4	158,0	288,0	[cm]
x_5	595,0	600,0	[cm]
x_6	1,395	1,79	[cm]
x_7	5,72	3,66	[cm]
F	77,39	50,00	[U.M./m²](*)

Quadro-1: solução do modelo de programação matemática.

Ao ponto de ótimo x* correspondem as ferragens

$F_1^* = 6{,}26\text{cm}^2/\text{m}$
$F_2^* = 7{,}41\text{cm}^2$
$F_3^* = 1{,}30\ \text{cm}^2/\text{m}$

Os principais benefícios que podem ser advindos com a resolução do problema descrito, estão ligados a utilização dos recursos das empresas por meio do dimencionamento dos custos em lajes pré-moldadas, repercutindo no adequado modelo matemático de projeto ótimo. Além disso, a utilização dos recursos econômicos permitirá concentrar esforços em outros envestimentos.

(*) A abreviatura U.M./m² significa “Unidades Monetárias por metro quadrado”.

6 Referências

AHMAD, S.H.; SHAH, S.P. Complete Stress-Strain Curve of Concrete and Nonlinear Design, In. **Symposium on nonlinear design of concrete structures**. University of Watereloo, 1979.

BAZARAA, M.S.;SHETTY, C.M. **Nonlinear Programming –** theory and algorithms. New York: John Wiley, 1979.

CHAKRABARTY, B.K. Models for optimal design of reinforced concrete beam. In. **Computer & Structures**, v.42, n.3, p.447-451, 1992.

CUNHA, A.J.P. **Cálculo das seções submetidas à flexão normal composta com armadura ótima.** Dissertação de mestrado, Universidade Federal Fluminense, Depto. Eng. Civil, Niterói, 1984.

FUSCO, P.B. **Estruturas de Concreto –** solicitações normais, 1ª ed. São Paulo: LTC Editora, 1981.

GROSSI, B.F. **Otimização de vigas de concreto armado**. Dissertação de mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de janeiro, 1998.

HEIN, N.; LOESCH, C. **Pesquisa Operacional** – fundamentos e modelos. Blumenau: EdiFurb, 1999.

KANAGASUNDARAM, S.; KARIHALOO, B.L. Optimum design of frames under multiples loads, In. **Strutuctural Optimization**, v.1, n.1, p.443-489, 1990.

MELO, A.M.C. **Projeto ótimo de pórticos de concreto armado**. Dissertação de mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de janeiro, 2000.

MONTOYA, P.J.; MESEGUER, A.G.; CABRÉ, F.M. **Hormigón armado**, v.2, 13ª ed. Barcelona: Editorial Gustavo Gili S,A., 1984.

SARMA, K.C.; ADELI, H. Cost optimization of concrete structures, In. **Journal of Structural Engineering**, p.570-578, 1998.

SHEHATA, I.A.; GROSSI, B.F. Otimização de vigas de concreto armado, In. **40º Congresso Brasileiro do Concreto**, Rio de Janeiro, 1998.

STANGE, P. **Ein hierarchisches optimierungsproblem in der bauplanung**, Tese de doutorado, Technische Universität Darmstadt, Darmstadt, 1982.

SÜSSEKIND, J.C. **Curso de concreto**, v.1, 1ª ed. Rio de janeiro: Editora Globo, 1980.

VAZ, L.E.; EBOLIU, C.R. Dimensionamento ótimo de seções de concreto armado à flexão composta oblíqua, In. **Investigación Operativa**, v.2, n.1, p.81-94, 1994.

ZIENKIENWICZ, O.C.; GALLAGHER, R.H. **Optimal structural design** – theory and applications. New York: John Wiley and Sons, 1990.