ANALISANDO O MODELO HEURÍSTICO DE OTIMIZAÇÃO DA TEORIA DAS RESTRIÇÕES COM O MODELO MATEMÁTICO DA PROGRAMAÇÃO LINEAR

Samuel Cogan

Resumo:

O presente trabalho analisa e compara os resultados do mix ótimo de produtos obtidos pelo modelo heurístico da Teoria das Restrições, conhecido como contabilidade de ganhos, com os resultados obtidos pela técnica matemática da Programação Linear. Para tanto, analisa os trabalhos de Luebbe et al (1992) que defende que os resultados obtidos são idênticos, e Plenert (1993) que defende que quando múltiplos recursos existem, a programação linear-inteira é uma ferramenta melhor que o modelo heurístico da TOC. Esse trabalho, além de mostrar várias aplicações do modelo heurístico e do respectivo modelo de programação linear, faz uma análise desse contraditório, respaldados por diversos trabalhos acadêmicos. Conclui que ambas as metodologias apresentam resultados idênticos, nesse mister.

Palavras-chave:

Área temática: *Novas Tendências Aplicadas na Gestão de Custos*

ANALISANDO O MODELO HEURÍSTICO DE OTIMIZAÇÃO DA TEORIA DAS RESTRIÇÕES COM O MODELO MATEMÁTICO DA PROGRAMAÇÃO LINEAR

Resumo

Samuel Cogan
Universidade Federal do Rio de Janeiro
scogan@ facc.ufrj.br

O presente trabalho analisa e compara os resultados do *mix* ótimo de produtos obtidos pelo modelo heurístico da Teoria das Restrições, conhecido como contabilidade de ganhos, com os resultados obtidos pela técnica matemática da Programação Linear.
Para tanto, analisa os trabalhos de Luebbe et al (1992) que defende que os resultados obtidos são idênticos, e Plenert (1993) que defende que quando múltiplos recursos existem, a programação linear-inteira é uma ferramenta melhor que o modelo heurístico da TOC.
Esse trabalho, além de mostrar várias aplicações do modelo heurístico e do respectivo modelo de programação linear, faz uma análise desse contraditório, respaldados por diversos trabalhos acadêmicos. Conclui que ambas as metodologias apresentam resultados idênticos, nesse mister.

14. Novas Tendências aplicadas na Gestão de Custos

ANALISANDO O MODELO HEURÍSTICO DE OTIMIZAÇÃO DA TEORIA DAS RESTRIÇÕES COM O MODELO MATEMÁTICO DA PROGRAMAÇÃO LINEAR

1. Introdução

O objetivo desse trabalho é o de analisar o modelo de otimização do *mix* de produtos conhecido como contabilidade de ganhos da Teoria das Restrições (TOC) comparando-o com o modelo de otimização da técnica matemática da Programação Linear (LP - Linear Programming). Para tanto, serão analisados os trabalhos de Luebbe et al (1992) que defende que os resultados obtidos são idênticos e Plenert (1993) que procura mostrar que quando múltiplos recursos existem, a programação linear-inteira é uma ferramenta melhor que o modelo heurístico da TOC.

Inicialmente será apresentada uma revisão da teoria das restrições e uma descrição breve sobre programação linear. Em seguida, seguem, através diversos exemplos, a utilização do modelo heuristico da TOC e as condições requeridas para ser utilizada pela LP. Alguns exemplos de Luebbe et al. (1992) e de Plenert (1993) são mostrados, bem como a conclusão que os dois trabalhos mostraram, pois são diversas. Uma análise final, inclusive com respaldo em pesquisa sobre o tema, é, então, realizada tendo em vista o contraditório expresso em ambas as pesquisas.

Esse trabalho se limita tão somente aos resultados do *mix* de produtos obtidos pelo modelo heurístico da TOC e pelo modelo matemático da LP. Não leva em conta o fato da TOC ser uma filosofia constituída de diversas técnicas, onde o modelo heurístico é apenas uma parte da TOC - enquanto que a LP é tão somente uma técnica de determinação do *mix* ótimo.

2.Teoria das Restrições

A teoria das restrições foi desenvolvida na década de oitenta pelo físico israelense Eliyahu Goldratt que com ela se tornou importante consultor de gestão empresarial. Inicialmente ele se envolveu em problemas de logística da produção. Criou um novo método de administração da produção que se contrapunha ao que os métodos tradicionais de gestão da produção ditavam. Lançou em 1984 o livro *A Meta* (Goldratt, 1990) escrito sob a forma de romance onde expunha sua teoria das restrições (TOC - *Theory of Constraints*). Neste *best seller* internacional o personagem central, um gerente de fábrica, se dedicava à recuperação de sua empresa irremediavelmente condenada a ser fechada em três meses. No desenrolar do livro o personagem vai elaborando uma nova metodologia que recupera a companhia. Essa teoria se concentra em três requisitos: ganho (*throughput*), despesas operacionais, e inventário.

O histórico da Teoria das Restrições e conforme sua primeira apresentação, o de logística da produção no livro *A Meta*, deu a impressão de estar restrito ao campo da administração da produção. Outros livros subsequentes mostraram aplicações ainda na contabilidade de custos e a extensão para a logística de distribuição e para o gerenciamento de projetos. Mais recentemente, ainda, foi desenvolvido um novo campo e que são os Processos de Raciocínio (Goldratt,1994). Tratam-se de ferramentas lógicas, baseadas nas relações de causa-efeito da Física, e foram criadas para ajudar a detectar a causa dos problemas e resolvê-los.

Goldratt (1991) desenvolveu um modelo heurístico de tomada de decisão da TOC que a comunidade mundial denominou de contabilidade de ganhos da TOC ou contabilidade de custos da TOC. A Teoria das Restrições pode ser explicada usando cinco passos de focalização. Observa-se que poderão existir sistemas com uma ou mais restrições. O objetivo desses passos é de focalizar a atenção do gerente nos recursos restritos, que são fatores inibidores do crescimento do lucro (Cogan, 1999). Estes são:

1 Identifique a(s) restrição(ões) do sistema

2 Decida como explorar a(s) restrição(ões) do sistema, ou seja, não desperdiçar nada dessa restrição.

3 Subordine qualquer coisa à decisão do passo 2.

4 Levante a(s) restrição(ões) do sistema

5 Se, nos passos anteriores, uma restrição foi quebrada, volte ao passo 1, mas não deixe que a inércia se torne uma restrição do sistema.

Alguns pressupostos dão suporte à teoria das restrições e são:

1 A meta é fazer dinheiro agora e no futuro

2 Ganho é definido como a receita menos os custos variáveis de materiais e energia.

3 Existe pelo menos uma restrição em cada produto que limita a receita da empresa.

4 Existem três tipos de restrições: recursos escassos gargalo, recursos não gargalos, recursos com restrição de capacidade.

5 A maioria das operações de fabricação tem pelo menos alguns recursos com restrição de capacidade, o que torna fácil controlá-los.

6 Existem eventos dependentes que resultam em interações entre recursos e produtos.

7 Dentro de todos os ambientes de fabricação ocorrem flutuações estatísticas e randômicas.

8 O sistema de tecnologia de produção otimizada é implicitamente estável – a qualquer tempo dado, os gargalos são identificados, e o *mix* do pedido é estável com relação aos recursos dados.

A primeira consideração é de que a meta da empresa é fazer dinheiro agora e no futuro. Fazer dinheiro é a razão primeira que leva à existência da empresa, pois do contrário ela não estaria no negócio. O Lucro Líquido (LL) é uma medição absoluta que garante que a empresa ganhe dinheiro, mas obviamente não é suficiente. O Retorno sobre o Investimento (RSI) é uma medida relativa que mostra se o Lucro Líquido obtido é bom em relação ao investimento aplicado. A ameaça de falência, contudo, faz lembrar que torna-se necessário ter uma terceira medição, e essa é o Fluxo de Caixa suficiente.

Essas medidas operacionais convencionais que se usa para expressar a meta da empresa não servem muito para as operações diárias. A Teoria das Restrições desenvolveu, então, um conjunto diferente de medidas e que se relacionam diretamente com aquelas. Tudo que é administrado na empresa é abrangido por essas medidas, e elas são: Ganho (G), Inventário (I) e Despesas Operacionais (DO).

- Ganho (G) – corresponde ao índice no qual o sistema gera dinheiro através das vendas. Repetindo, através das vendas - não através da produção, o que significa que se alguma coisa é produzida e não é vendida, isso não representa ganho pois não gerou caixa. Analiticamente é a diferença entre as vendas reais (a receita) e o custo do material direto, este, nesse modelo, considerado como a única despesa variável.
- Inventário (I) – corresponde a todo o dinheiro que o sistema investe na compra de coisas que ele pretende vender. Essa definição foge das definições tradicionais de inventário, já que exclui o valor adicionado de mão-de-obra e de despesas gerais.
- Despesas Operacionais (DO) – corresponde a todo dinheiro que o sistema gasta para transformar o inventário em ganho.

Em resumo: Ganho é o dinheiro que entra; Inventário é o dinheiro atualmente no sistema; e Despesa Operacional é o dinheiro que tem que ser desembolsado para que o ganho aconteça. Tem-se aí, pois, uma medida para o dinheiro que entra, uma para o dinheiro que ainda está retido e uma para o dinheiro que sai.

Analiticamente elas se expressam da seguinte forma:

LL = G – DO

RSI = (G – DO)/I

Uma segunda consideração é a de que o ganho é usado como um meio para medir o dinheiro. Ganho, como já definido, é a receita menos os custos variáveis de material direto e em alguns casos a energia.

A terceira hipótese é de que sempre existe, pelo menos, uma restrição em cada produto, o que limita a receita da companhia. A restrição pode ser uma limitação interna da capacidade de produção, ou pode ser externa, tais como uma falta de pedidos de clientes, limitações logísticas, ou disponibilidade de materiais.

A quarta suposição baseia-se no fato de que existem três tipos de recursos: recursos gargalos escassos, recursos não gargalos, e recursos com capacidade restritiva. Um Recurso com Capacidade Restritiva é um recurso que ainda não é gargalo até o presente momento, mas, se não for gerenciado convenientemente irá se tornar um gargalo.

A quinta consideração é a de que a maioria das operações têm somente poucos Recursos com Capacidade Restritiva, e então é fácil controlá-las.

A teoria das restrições assume duas características (hipóteses 6 e 7) sobre o processo de produção. No processo de produção existem eventos dependentes que resultam em interações entre recursos e produtos. E dentro de todos os ambientes de fabricação ocorrem flutuações estatísticas e randômicas. Juntas essas duas considerações implicam na necessidade de programação e priorização do fluxo do produto. A programação enfocada pela tecnologia de produção otimizada implica, mais propriamente, num horizonte de curto prazo.

A oitava suposição é a de que o sistema de tecnologia de produção otimizada é implicitamente estável – a qualquer dado tempo os gargalos são identificados, e o *mix* do pedido é estável com relação aos recursos dados. A capacidade (tanto mecânica quanto de pessoal) é fixa para o período de curto prazo, e os gargalos são inevitáveis.

Contabilidade de Ganhos

A teoria das restrições aparenta ser um refinamento do custeio direto acoplado com programação linear. Algumas de suas prescrições não são novas, como é o caso da maximização do ganho por unidade de restrição, e o uso dos resultados sobre a base do custeio variável . Esses enfoques já haviam sido apresentados nos livros de custos há muito. Contudo, a contribuição dessa técnica em seu todo é bastante importante e merece um destaque no universo da gestão estratégica de custos - o braço da Teoria das Restrições conhecida como contabilidade de ganho . Isso tudo apesar da rebeldia de Goldratt contra o mundo dos custos receitando sua substituição pelo mundo dos ganhos (Goldratt,1991).

A teoria das restrições recomenda, pois, que quando existe um recurso gargalo o ganho por unidade do fator de restrição deve ser calculado para se determinar o *mix* de produtos mais apropriados. Esse ganho por unidade é a mesma margem de contribuição por unidade de fator de restrição discutida na maioria dos livros-texto de contabilidade de custos.

A Contabilidade de Custos busca a determinação dos custos de seus diversos produtos e serviços como suporte para a tomada de decisão empresarial. Em conseqüência disso observa-se o esforço no desenvolvimento de técnicas que aprimoram apuração dos custos como o Custeio Baseado-Em-Atividades - ABC (Kaplan, 1989). A Teoria das Restrições, contudo, clama que os problemas na tomada de decisão não são devidos às distorções nos custos dos produtos e questiona se de fato os custos dos produtos precisam ser calculados. Para ela, a contabilidade de custos é a inimiga número um da produtividade. Essa teoria propõe uma mudança no pensamento gerencial – do *mundo do custos* para o *mundo dos ganhos*. Considerando que cada vez mais o preço dos produtos e serviços são definidos pelo mercado, a Teoria das Restrições não trata de cálculos para a determinação de custos e sim procura achar onde está o maior ganho possível. A questão é, pois, o de chegar ao *mix* ótimo de produtos que deverá ser produzido, para atender a demanda do mercado. *Mix* este que, em última análise, trará a máxima lucratividade para a empresa.

3. Programação Linear

Trata-se de uma técnica matemática que, sob certas condições, pode ser usada para gerar uma solução ótima para um problema específico. Chase et al (1989) identificou as condições que precisam estar presentes para que a LP possa ser aplicada. Essas condições incluem a existência de uma função objetivo (maximização ou minimização), recursos limitados, linearidade nas relações entre as variáveis na função objetivo e equações de restrições, produtos e recursos homogêneos, e finalmente divisibilidade e não-negatividade das variáveis de decisão. Análise de sensibilidade, Ozan (1986), pode ser usada para analisar a adição de um novo produto ou máquina, alterando a taxa de contribuição, ou alterando a taxa de resultado de qualquer máquina.

Atualmente a maior parte das LP´s são resolvidas usando-se software computadorizado. Microsoft Excel, por exemplo, possui o Solver que igualmente realiza uma análise de sensibilidade examinando o efeito que as mudanças nos parâmetros do problema refletem no objetivo. LP é pois uma ferramenta valiosa na avaliação de problemas em administração (Balakrishnan,1999).

4. Exemplos adaptado de Luebbe et al., (1992)

Cenário 1

a. Solução pelo modelo heurístico da TOC

O modelo de tomada de decisão da teoria das restrições pode ser exemplificado pelo conhecido exemplo dos produtos P e Q (Goldratt, 1991).

A figura 1 mostra um ambiente de manufatura onde dois produtos, P e Q são produzidos. O preço de venda de P e Q é de respectivamente de $90 e $100 por unidade. A demanda semanal do produto P é de 100 unidades e a demanda semanal do produto Q é de 50 unidades. Existem quatro centros de trabalho (recursos) nessa operação: A,B,C e D. Cada centro é representado por um tipo de funcionário que tem uma máquina que pode operar 2.400 min por semana (8hs x 60 min x 5dias). A figura 1 identifica o tempo requerido em cada centro de trabalho para cada produto para realizar a operação específica necessária demandada para a execução de cada um dos produtos finais.

Passo 1: Identificar a(s) restrição(ões) do sistema

Afim de determinar aonde pode estar a restrição do sistema deve-se computar a carga semanal de cada centro de trabalho. Pode-se observar na figura 1 e também nos cálculos realizados na tabela 1 (coluna de minutos por semana) que o recurso A, por exemplo para o produto P, necessita de 15 min/U. E como a demanda é de 100U serão requeridos 1500 minutos de de A para o produto P. Para o produto Q, o recurso A demanda 10 min/U e como a necessidade desse produto é de 50 por semana então serão requeridos 10 min/U vezes 50U num total de 500 minutos para o produto Q. A carga por semana será então de 2000 minutos inferior ao tempo total disponível que é de 2400 minutos, o que corresponde a uma percentagem de carga semanal de 83%.

O mesmo raciocínio se aplica aos demais recursos e pode-se então verificar que a restrição nesse sistema está no recurso B que requer 3000U enquanto que somente existe 2400 minutos disponíveis a cada semana. Não existe pois capacidade para fazer tudo que o mercado demanda em conseqüência da existência da restrição apontada.

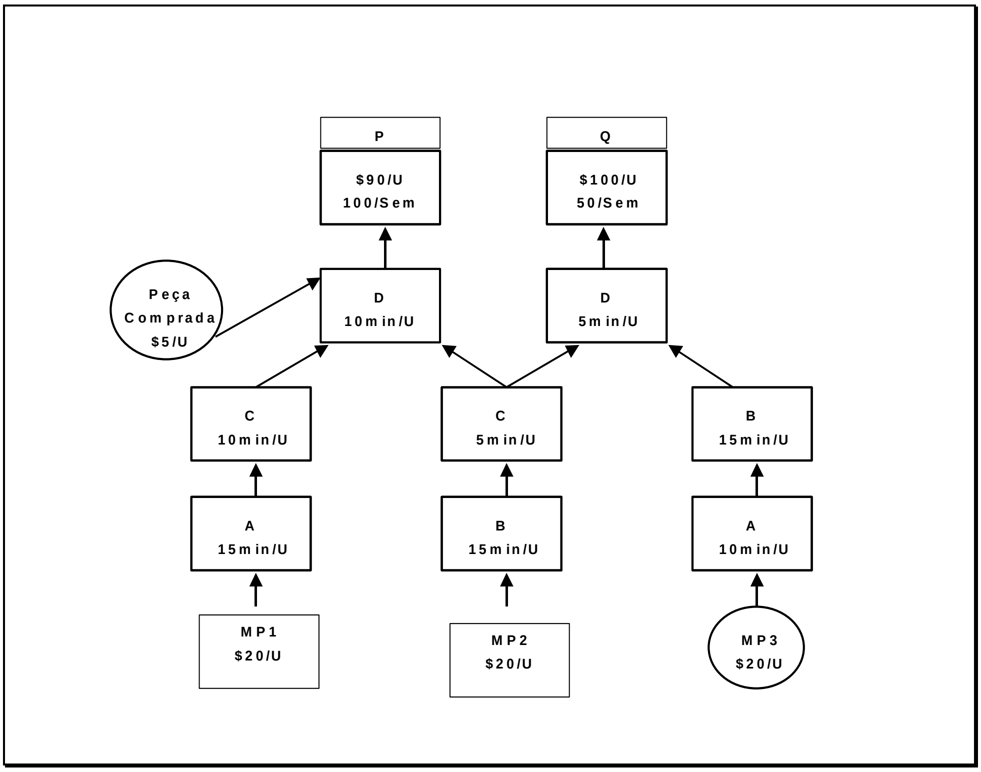

Figura 1

Recurso	P (min/sem)	Q (min/sem)	Carga por semana	Tempo disponível/ semana	% da Carga por semana
A	1500	500	2000	2400	83,3
B	1500	1500	3000	2400	125
C	1500	250	1750	2400	72,9
D	1500	250	1750	2400	72,9

Tabela 1

Passo 2: Decidir como explorar a(s) restrição(ões) do sistema

Isso requer que se determine o *mix* de produtos que irá maximizar os lucros. Desde que a TOC é baseado na premissa de que o desempenho do sistema é determinado pela capacidade do recurso(s) restrito(s), o foco da TOC se dá na maximização do uso da restrição em relação aos objetivos. Para que o recurso B seja completamente utilizado, a TOC procura obter o máximo de cada unidade de B. Explorando B significa maximizar o retorno por unidade de B consumido.

Na figura 1 pode-se ver que o ganho (contribuição) definido como as vendas menos os materiais comprados é de 45 para o produto P. Aparentemente Q, além de ter a maior receita, é o produto de maior contribuição (=60) contra o produto P com uma contribuição de 45. Nada mais enganoso pois a contribuição na realidade deverá refletir o ganho por tempo de restrição, no caso, por minuto. Como esses valores são respectivamente de 15 e 30 (recurso B) para P e Q, resulta que P é o produto com maior valor por tempo de restrição ($45 \div 15 = 3$), contra Q com o valor de ($60 \div 30 = 2$).

Assim, para o produto P que é o mais rentável, procurar-se-á produzir o máximo possível - no caso, as 100 unidades que o mercado é capaz de absorver. Essa quantidade vai consumir em termos de tempo do recurso restrito, justamente 100unidades x 15 minutos que perfazem o tempo total de 1.500 minutos. Como a capacidade semanal disponível do recurso é de 2.400 minutos resulta que ainda se dispõe de 900 minutos para a produção do produto Q, o menos rentável. Isso corresponde a uma produção de 30 unidades do produto Q ($900 \div 30 = 30$). O ganho total é G = 100*45 + 30*60 = $6300.

Uma outra consideração com relação a essa fase é a relacionada às vendas. Isso poderá incluir ações como a de criar um grupo de trabalho para desenvolver uma sistemática voltada para o reforço das vendas dos produtos mais lucrativos.

Passo 3: Subordine tudo ao passo 2

Nesse passo deve-se procurar verificar que todas as providências estejam sendo executadas no que concerne à exploração da restrição como objetivo global. Isso inclui a decisão de soltar ordens para a fábrica, para comprar matérias primas, programar todos os outros centros de trabalho, etc. Deseja-se não somente manter a restrição ocupada como procurar trabalhar nas coisas certas e ao mesmo tempo evitar o crescimento do inventário, e o crescimento das despesas operacionais. A técnica da TOC usada para acompanhar a exploração da restrição chama-se de tambor-pulmão-corda (TPC).

E, conforme diz Goldratt (1989), "..A maneira TPC reconhece que a restrição imporá o índice de produção da fábrica. Por isso é necessário considerar o recurso principal com restrição de capacidade como sendo o tambor. O seu índice de produção servirá como batida de tambor para a fábrica inteira. Será também preciso criar um pulmão de inventário na frente de cada recurso com capacidade restrita (RCR). Esse pulmão conterá apenas o inventário necessário para manter o RCR ocupado durante o intervalo predeterminado seguinte de tempo (pulmão de tempo). Consequentemente esse pulmão de tempo protegerá o *ganho* da fábrica contra qualquer interrupção que possa ser superada dentro do intervalo predeterminado de tempo. Afim de assegurar que o inventário não crescerá além do nível imposto pelo pulmão de tempo, o índice pela qual será permitido que a operação inicial libere material para a produção será imposto pelo índice pelo qual a RCR está produzindo...".

Passo 4: Elevar a(s) restrição(ões) do sistema

Nesse ponto todos os esforços são feitos para melhorar o desempenho do sistema em relação a seus objetivos através da elevação da restrição. Melhoramentos tais como redução do tempo de *setup* na restrição do sistema, redução do tempo de parada de manutenção preventiva ou aumentando o nível de habilidade do operário são ações derivadas no foco de que a TOC provê à restrição dos sistema. Pode-se rapidamente avaliar o valor da manutenção preventiva ou dos esforços devotados para a redução do tempo de *setup* para uma restrição comparada com o valor do mesmo esforço para uma operação não-gargalo.

Passo 5: Se uma restrição é quebrada volte ao passo 1. Mas não deixe que a inércia se torne uma restrição dos sistema.

Assim que a restrição do sistema é quebrada volta-se para o passo 1. Sem esse passo a inércia poderia dominar. Continuar-se-ia programando a produção como se a restrição do sistema não tivesse sido mudada e o melhoramento do processo pararia.

b. Solução pela técnica da programação linear (LP)

No caso, o problema pode ser resolvido formulando a função objetivo e as restrições do sistema. Desde que o objetivo é a maximização dos lucros, o ganho (*throughput*) é utilizado para representar o lucro e a função passa a ser Maximizar 45P + 60Q. As restrições são os quatro recursos bem como as restrições de mercado para cada produto. Assim, ter-se-á:

Maximizar: 45P + 60Q;

Sujeita a:

15P + 10Q < 2400; para o Recurso A
15P + 30Q < 2400; para o Recurso B
15P + 5Q < 2400; para o Recurso C
10P + 5Q < 2400; para o Recurso D
0 < P < 100;
0 < Q < 50;

Onde a simbologia "<", nas inequações acima, deve ser entendida como "menor ou igual".

Processando essa formulação como um modelo de programação linear resulta na seguinte solução: P = 100 unidades e Q = 30 unidades. O ganho total é de G= $6300 (45*100 + 60*30). Observa-se que o software de programação linear gera a mesma solução obtida no modelo heurístico da TOC.

Cenário 2

Suponha-se que em acréscimo ao mercado atual, exista demanda para um mercado exportador, nas quantidades de 50 unidades para P e 25 unidades para Q (serão denominados de P_x e Q_x). E que o preço de venda sofrerá um desconto de 10%, passando respectivamente para $81 e $90.

a. Solução pelo modelo heurístico da TOC

Como o recurso "B" se mantém como a restrição do sistema, a tabela 2 mostra que o *mix* é constituído prioritariamente pelos produtos de maior ganho por unidade resultando em P =100; P_x =50; Q = 5; e Q_x = 0; que absorvem dos 2400 minutos do recurso restrito B, respectivamente 1500, 750 e 150 minutos. Houve um acréscimo do ganho total para $6600.

Produto	**P**	**P_x**	**Q**	**Q_x**	**Total**
Demanda	100	50	50	25	
Ganho	45	36	60	50	
Minutos de B/unidade	15	15	30	30	
Ganho/unidade	3	2,4	2	1,67	
Minutos de B usado	1500	750	150	0	
Mix	100	50	5	0	
Ganho	4500	1800	300	0	6600

Tabela 2

b. Solução pela técnica da programação linear (LP)

O conjunto de equações de solução do problema são:

$$\text{Maximizar: } 45P + 36\,P_x + 60Q + 50\,Q_x;$$

Sujeita a:

$$15P + 15P_x + 10Q + 10Q_x; < 2400; \text{ para o Recurso A}$$
$$15P + 15P_x + 30Q + 30Q_x; < 2400; \text{ para o Recurso B}$$
$$15P + 15P_x + 5Q + 5Q_x; < 2400; \text{ para o Recurso C}$$
$$10P + 10P_x + 5Q + 5Q_x; < 2400; \text{ para o Recurso D}$$
$$0 < P < 100;$$
$$0 < Q < 50;$$
$$0 < P_x < 50;$$
$$0 < Q_x < 25;$$

Onde a simbologia "<", nas inequações acima, deve ser entendida como "menor ou igual".

A aplicação de um software de programação linear conduz à mesma solução obtida pela TOC, ou seja, $P = 100$; $P_x = 50$; $Q = 5$; e $Q_x = 0$.

Cenário 3

Suponha-se que a demanda atual é idêntica ao cenário 1, ou seja, $P = 100$; $P_x = 50$; $Q = 50$; e $Q_x = 25$ e os mesmos preços unitários de venda. A engenharia, nesse cenário, conseguiu reduzir o tempo requerido por unidade do recurso B de 15 para 5 minutos.

a. Solução pelo modelo heurístico da TOC

Nesta situação a tabela 3 mostra que o novo recurso restrito é o recurso A com 3000 minutos de carga semanal. A tabela 4 mostra que o *mix* é constituído prioritariamente pelos produtos de maior ganho por unidade resultando em $Q = 50$; $Q_x = 25$; $P = 100$; e $P_x = 10$; que absorvem dos 2400 minutos do recurso "A" restrito, respectivamente 500, 250, 1500 e 150 minutos. O ganho total aumenta para $9110.

Recurso	P (min/sem)	Q (min/sem)	P_x (min/sem)	Q_x (min/sem)	Carga por semana	Tempo disponível/ semana	% da Carga por semana
A	1500	500	750	250	3000	2400	125
B	500	500	250	250	1500	2400	62,5
C	1000	750	500	375	2625	2400	109,4
D	1000	250	500	125	1900	2400	79,2

Tabela 3

Produto	**Q**	**Q_x**	**P**	**P_x**	**Total**
Demanda	50	25	100	50	
Ganho	60	50	45	36	
Minutos de A/unidade	10	10	15	15	
Ganho/unidade	6	5	3	2,4	
Minutos de A usado	500	250	1500	150	

Mix	50	25	100	10	
Ganho	3000	1250	4500	360	9110

Tabela 4

b. Solução pela técnica da programação linear-inteira (LP)

O conjunto de equações de solução do problema são:

$$\text{Maximizar: } 45P + 36\,P_x + 60Q + 50\,Q_x;$$

Sujeita a:

$$15P + 15P_x + 10Q + 10Q_x; < 2400; \text{ para o Recurso A}$$
$$5P + 5P_x + 10Q + 10Q_x; < 2400; \text{ para o Recurso B}$$
$$15P + 15P_x + 5Q + 5Q_x; < 2400; \text{ para o Recurso C}$$
$$10P + 10P_x + 5Q + 5Q_x; < 2400; \text{ para o Recurso D}$$
$$0 < P < 100;$$
$$0 < Q < 50;$$
$$0 < P_x < 50;$$
$$0 < Q_x; < 25;$$

Onde a simbologia "<", nas inequações acima, deve ser entendida como "menor ou igual".

A aplicação de um software de programação linear conduz à mesma solução obtida pela TOC, ou seja, em $Q = 50$; $P = 25$; $Q_x = 100$; e $P_x = 10$.

Luebbe et al. (1992) conclui sua pesquisa dizendo que fica claro que a TOC é uma filosofia de resultados globais, que utiliza um número específico de técnicas, enquanto que LP é tão somente uma técnica matemática de otimização e que por isso não podem ser consideradas equivalentes. Ambas são capazes de determinar o *mix* ótimo de produtos sujeitas a um conjunto de circunstâncias, de forma idêntica. Diz ainda, que a TOC, como filosofia que engloba ainda outras técnicas, tem condições de trazer mais benefícios, obviamente, que a LP que é uma técnica restrita tão somente a um objetivo específico.

5. Exemplos adaptado de Plenert (1993)

Cenário 1

Igualmente Plenert (1993) utiliza o conhecido exemplo dos produtos P e Q de Goldratt (1991), conforme figura 1, onde neste cenário, o tempo disponível dos quatro recursos(A, B, C e D) é de 1700 ao invés de 2400 minutos.

a. Solução pelo modelo heurístico da TOC

Nesta situação a tabela 5 mostra que o novo recurso restrito é o recurso B com 3000 minutos de carga semanal. A tabela 6 mostra que o *mix* é constituído prioritariamente pelos produtos de maior ganho por unidade resultando em P =100 e Q = 6; que absorvem dos 1700 minutos do recurso B restrito, respectivamente 1500 e 200. O ganho total é de $4860.

Recurso	P (min/sem)	Q (min/sem)	Carga por semana	Tempo disponível/ semana	% da Carga por semana
A	1500	500	2000	1700	117,6

B	1500	1500	3000	1700	176,4
C	1500	250	1750	1700	102,9
D	1500	250	1750	1700	102,9

Tabela 5

Produto	**P**	**Q**	**Total**
Demanda	100	50	
Ganho	45	60	
Minutos de B/unidade	15	30	
Ganho/unidade	3	2	
Minutos de B usado	1500	200	
Mix	100	6	
Ganho	4500	360	4860

Tabela 6

b. <u>Solução pela técnica da programação linear-inteira (LP)</u>

Observa-se que Plenert (1993) utiliza a sistemática linear-inteira. O conjunto de equações de solução do problema são:

Maximizar: 45P + 60Q;

Sujeita a:

15P + 10Q < 1700; para o Recurso A
15P + 30Q < 1700; para o Recurso B
15P + 5Q < 1700; para o Recurso C
10P + 5Q < 1700; para o Recurso D
0 < P < 100;
0 < Q < 50;

Onde P, e Q_x são identificados como inteiros; e a simbologia "<", nas inequações acima, deve ser entendida como "menor ou igual".

A aplicação de um software de programação linear inteira conduz aos seguintes valores: P =99 e Q = 7, com um ganho total de $4875, superior ao obtido pela TOC.

Cenário 2

Plenert (1993) apresenta na figura 2 um problema mais complexo. A capacidade de cada recurso é de 2400 minutos por semana.

a. <u>Solução pelo modelo heurístico da TOC</u>

Nesta situação a tabela 7 mostra que o recurso restrito é o recurso "B" com 3450 minutos de carga semanal, com uma sobrecarga de 1050 minutos. A tabela 8 mostra que o *mix* é constituído prioritariamente pelos produtos de maior ganho por unidade resultando em: R = 70; T =50; S = 60; e U = 80; que absorvem dos 2400 minutos do recurso B restrito, respectivamente 350, 250, 600 e 1200. O ganho total é de $14.450.

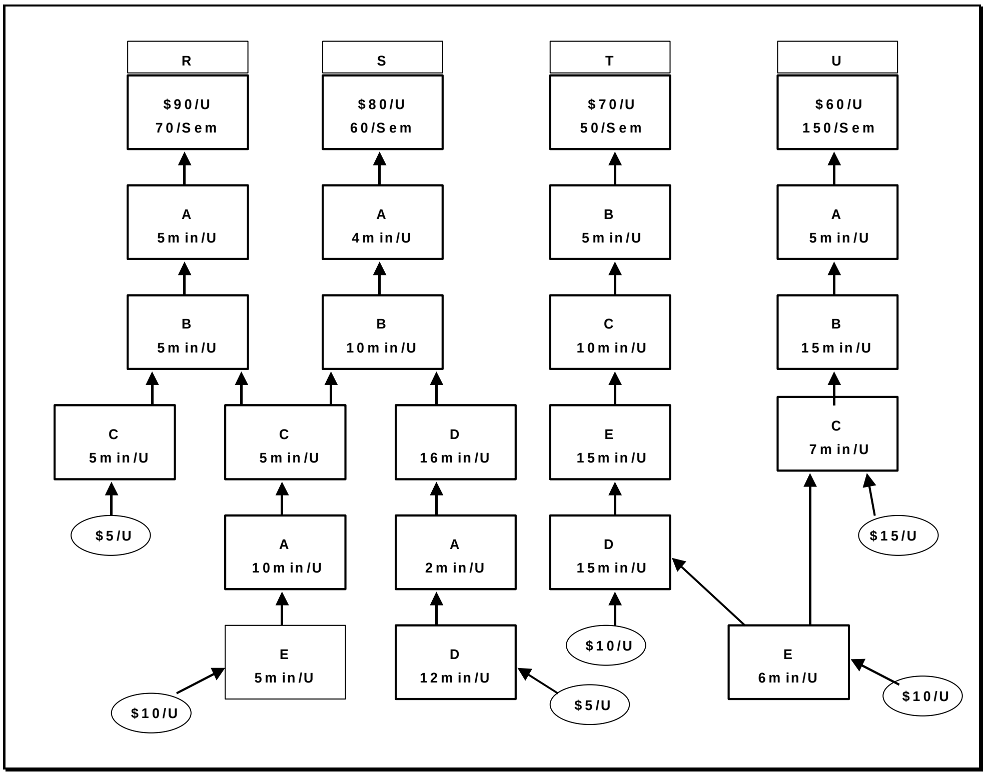

Figura 2

Recurso	R (min/sem)	S (min/sem)	T (min/sem)	U (min/sem)	Carga por semana	Tempo disponível/ semana	% da Carga por semana
A	1050	960	0	750	2760	2400	115
B	350	600	250	2250	3450	2400	143,8
C	700	300	500	1050	2550	2400	101,3
D	0	1680	750	0	2430	2400	79,2
E	350	300	1050	900	2600	2400	108,3

Tabela 7

Produto	**R**	**T**	**S**	**U**	**Total**
Demanda	70	50	60	150	
Ganho	75	50	65	35	
Minutos de B/unidade	5	5	10	15	
Ganho/unidade	15	10	6,5	2,3	
Minutos de B usado	350	250	600	1200	
Mix	70	50	60	80	
Ganho	5250	2500	3900	2800	14450

Tabela 8

b. <u>Solução pela técnica da programação linear-inteira (LP)</u>

O conjunto de equações de solução do problema são:

$$\text{Maximizar: } 75R + 65S + 50T + 35U;$$

Sujeita a:

15R + 16S + 0T + 5U; < 2400; para o Recurso A
5R + 10S + 5T + 15U; < 2400; para o Recurso B
10R + 5S + 10T + 7U; < 2400; para o Recurso C
0R + 28S + 15T + 0U; < 2400; para o Recurso D
5R + 5S + 21T + 6U; < 2400; para o Recurso E
0 < R < 70;
0 < S < 60;
0 < T < 50;
0 < U < 150;

Onde R, S, T e U são identificados como inteiros; e a simbologia "<", nas inequações acima, deve ser entendida como "menor ou igual".

A aplicação de um software de programação linear inteira conduz à solução: R = 70; Q =59; T = 49; e U = 81. O ganho total é de $14.370 inferior ao obtido na TOC. Mas como cita Plenert (1993) a solução da TOC (R = 70; Q =60; T = 50; e U = 80) deve ser verificada nas inequações anteriores, o que dá:

Recurso A................. 15R + 16S + 0T + 5U; < 2400;
15*70 + 10*60 + 5*50 +15*80 = 2410

Recurso B................. 5R + 10S + 5T + 15U; < 2400;
5*70 + 5*60+ 5*50 + 15*80 = 2400

Recurso C................. 10R + 5S + 10T + 7U; < 2400;
10*70 + 5*60 +10*50 + 7*80 = 2060

Recurso D................ 0R + 28S + 15T + 0U; < 2400
28*60 + 15*50 = 2430

Recurso E................. 5R + 5S + 21T + 6U; < 2400;
5*70 + 5*60 + 21*50 + 6*80 = 2180

Assim, observa-se que duas das restrições não foram satisfeitas pela solução da teoria das restrições. Embora, a TOC tenha mostrado um ganho maior, a solução não é válida. A verificação pela programação linear-inteira (R = 70; Q =59; T = 49; e U = 81) atende perfeitamente como pode ser verificado em seguida:

Recurso A................. 15R + 16S + 0T + 5U; < 2400;
15*70 + 10*59 + 5*49 +15*80 = 2399

Recurso B................. 5R + 10S + 5T + 15U; < 2400;
5*70 + 5*59+ 5*49 + 15*80 = 2400

Recurso C................. 10R + 5S + 10T + 7U; < 2400;
10*70 + 5*59 +10*49 + 7*80 = 2052

Recurso D................ 0R + 28S + 15T + 0U; < 2400
28*59 + 15*49 = 2387

Recurso E................. 5R + 5S + 21T + 6U; < 2400;
5*70 + 5*59 + 21*49 + 6*81 = 2160

Plenert (1993) conclui que no exemplo do cenário 1, a TOC veio com uma solução inferior ao ótimo obtido pela solução linear-inteira. No exemplo do cenário 2 a TOC vem com uma solução inconsistente. Neste caso, Plenert reconhece que a TOC apresenta uma solução em Goldratt (1989) e Goldratt (1991) - que discute o problema de uma restrição alimentando outra restrição. A solução oferecida é a necessidade de um procedimento iterativo nessas situações. O procedimento iterativo consiste em voltar atrás e checar se todos os recursos está satisfeitos com a solução proposta. Esse procedimento poderá identificar a existência de outra restrição mais apertada que pode ser mais dominante que a original. Assim, repetindo o processo de análise e subordinando o recurso restrito anterior a esse novo recurso restrito, se obterá um melhor *mix* de produtos. Aplicando-se isso à solução da TOC obter-se-á uma nova solução que atende a todas as restrições e que é: R = 70; Q =58; T = 50; e U = 80 , e que conduz a um ganho de G=$13.970 inferior ao ganho obtido pela solução da programação linear-inteira.

6. Análise do contraditório expresso pelas duas pesquisas: Modelo heurístico da TOC x técnica matemática da LP

Como já comentado, no que se refere aos modelos de obtenção do *mix* ótimo de produtos, os exemplos (03 cenários) extraídos de Luebbe et al. (1992) mostram resultados idênticos. E os exemplos (dois cenários) de Plenert (1993) mostram para o modelo heurístico, resultados inferiores no *mix*. Lee e Plenert (1993) estende sua pesquisa para o caso de existirem alternativas de novos produtos e repete as conclusões de Plenert (1993).

Um aspecto que chama a atenção dos resultados serem idênticos em Luebbe et al. (1992) e não o serem em Plenert (1993), é o fato de que o *mix* obtido apresenta-se com resultados em números inteiros sem necessidade de aproximações. Isto faz diferença, obviamente, e Luebbe et al (1992) não precisou usar programação linear-inteira. Já no cenário 1 de Plenert (1993), o produto Q , pela modelo da TOC seria de 6,33 e foi aproximado para 6 unidades. Plenert (1993), ao contrário de Luebbe et al (1992) utilizou a solução linear-inteira, que pela própria definição vai buscar a solução ótima.

Ao comentar o trabalho de Lee et al. (1993), Maday (1994) diz que o exemplo do *mix* dos produtos P e Q é um exemplo de somente uma semana de horizonte de tempo. Obtém apenas valores inteiros para realçar o processo e não os detalhes. Situações realísticas irão ter um horizonte de tempo superior a uma semana. Muito raramente seria necessário completar unidades inteiras cada semana. Os lucros poderão ser reduzidos caso tal procedimento seja utilizado.

Posnack (1994), comentando o mesmo trabalho e do fato do autor usar programação linear-inteira para obter soluções inteiras, não fracionárias, diz que tal restrição pode causar problemas. Prossegue dizendo que o fato é que uma semana é um período de tempo arbitrário em relação à data que se tem. E desde que os autores estão buscando por uma solução geral - que se aplique na maioria dos casos - a solução deve ser imune de mudanças arbitrárias e randômicas de dados. Está claro que com uma solução somente-inteira, o resultado comparativo pode mudar se a semana for encurtada ou alongada por alguns minutos, ou se pequenas diferenças nas quantidades forem usadas. Certamente, se for imaginado unidades como dúzias, ou centenas, unidades fracionárias poderiam perfeitamente serem consideradas. E o que detém de assumir que a última unidade remanescente não poderia ser terminada na semana seguinte? Por essas razões é sentido que a solução genérica de TOC deveria permitir soluções fracionárias. Posnack conclui dizendo que se a solução da programação linear descrita no artigo não fosse restrita a uma solução inteira, acredita que iria encontrar os mesmos resultados que a solução do modelo heurístico da TOC.

Mabin (2001) defende que as metodologias da TOC e LP são complementares em muitos aspectos e que podem ser usados efetivamente em sinergia. Com relação a questão da otimização quando existem múltiplos recursos (exemplo do cenário 2 de Plenert,1993) cita o artigo de Fredendall et al. (1997) que adapta a sistemática do modelo heurístico da TOC, especificamente para atender os casos de múltiplas restrições.

7. Conclusão

O presente trabalho mostra como aplicar o modelo heurístico e o respectivo modelo de programação linear através da apresentação de diversos cenários. Analisa e compara os resultados do *mix* ótimo de produtos obtidos por esses dois modelos. A comparação entre as duas metodologias fica limitada à esse aspecto.

Apresenta inicialmente trabalho de Luebbe et al. (1992) onde diversos exemplos/cenários mostram resultados absolutamento idênticos para ambas as metodologias - muito embora Luebbe diga que a TOC é uma filosofia e a LP uma ferramenta, e que, portanto, não podem ser consideradas equivalentes. Em seguida apresenta o trabalho de Plenert (1993) que procura demonstrar que o resultados obtidos pela TOC são inferiores aos da LP.

Uma análise sobre esse contraditório, respaldados por diversos trabalhos acadêmicos mostram que a aproximação para a obtenção dos inteiros é a causa primordial dessa diferença - daí o fato de Plenert se utilizar da programação linear inteira. Com relação a problemática do uso do modelo heurístico quando ocorrerem múltiplos recursos restritos - não só Plenert (1993) comenta que Goldratt (1989) e Goldratt (1991), já previram solução para isso, como Mabin (2001) relata que Fredendall et al. (1997) desenvolveu uma sistemática especíﬁca para esses casos.

Considerando-se que o presente trabalho se limitou à comparação tão somente dos modelos de determinação do *mix* ótimo de produtos pode-se concluir que ambas as metodologias apresentam resultados idênticos nesse mister. Conforme Mabin (2001) ambas as metodologias, em seu todo, podem efetivamente trabalharem em conjunto em total sinergia.

Referências Bibliográficas

BALAKRISHNAN, J.; Using Theory Of Constraints in Teaching Linear Programming and Vice Versa: Advantages and Caveats. *Production and Inventory Management Journal*, 40, no. 2, 1999.

CHASE, R. B., AQUILINO, N. J.; *Production and Operations Management: A Life Cycle Approach*, Homewood, IL: Richard Irwin, fifth edition, 1989.

COGAN, S.; *Custos e Preços – Formação e Análise*. São Paulo, Editora Thomson Pioneira, 1999.

GOLDRATT, E. M.; Fox, R. E. *A Corrida*. São Paulo: Instituto de Movimentação e Armazenagem de Materiais, 1989.

GOLDRATT, E. M.; Cox, J. *A Meta*. 4ª ed. rev., São Paulo: Claudiney Fullmann, 1990.

GOLDRATT, E. M. *A Síndrome do Palheiro*. São Paulo: Claudiney Fullmann, 1991.

GOLDRATT, E. M.; *MAIS que Sorte.um Processo de Raciocínio*. São Paulo: Editora Educator, 1994.

KAPLAN, R. S.; COOPER, R.; *Cost & Effect: Using Integrated Cost Systems to Drive Profitability and Performance*. Boston: Harvard Business School Press, 1998.

LEE T. N.; PLENERT G. ; Optimizing Theory Of Constraints When Nex Product Alternatives Exist. *Production and Inventory Management Journal*, Third Quarter, 34, 3, 1993.

LUEBBE, R. ; FINCH B; Theory of Constraints and Linear Programming: A Comparision. *Int. J. Prod. Res.,* Vol. 30, Nº 6, p. 1471-1478, 1992.

MADAY, C.; Proper Use Of Constraints Management. *Production and Inventory Management Journal*, First Quarter, 35, 1, 1994.

MABIN, V.; Toward A Greater Understanding Of Linear Programming, Theory Of Constraints, And The Product Mix Problem. *Production and Inventory Management Journal*, Third Quarter, 42, 3/4, 2001.

OZAN, O.; *Applied Mathematical Programming for Engineering and Production*. Englewoods Cliffs CA: Prentice Hall, 1986.

PLENERT G. ; Optimizing Theory Of Constraints When Multiple Constrained Resources Exist. *European Journal of Operational Research*, 70(1993), 126-133, 1993.

POSNACK, A.; Theory O Constraints: Improper Applications Yield Improper Conclusions. *Production and Inventory Management Journal*, First Quarter, 35, 1, 1994.