Modelos Matemáticos para a Gestão de Custos e Resultados: Uma Aplicação da Programação Dinâmica

Elias Pereira
Osmar Coronado

Resumo:

A Gestão de Custos lida com muitos problemas de alocação de recursos escassos e necessidades ilimitadas, recorrendo a informações que apóiem a tomada de decisões geradas pela Contabilidade de Custos e Gerencial. Muitas propostas de resolução destes problemas tem sido colocadas por estudiosos dos métodos quantitativos aplicados na interpretação econômica destes problemas. A Programação Dinâmica é uma destas soluções propostas, tornada efetiva com os estudos de matemática aplicada, ou programação matemática. Este estudo pretende contribuir com reflexões sobre o assunto e sua aplicabilidade em Contabilidade Gerencial, propondo e resolvendo um estudo de caso, com a aplicação da programação dinâmica e oferecendo-o como exemplo de estudos que buscam a otimização de custos e resultados na mensuração da logística de distribuição de produtos. Oferece-se um estudo de caso real aplicado e que obteve êxito no uso de modelos matemáticos para a Gestão de Custos e Resultados.

Palavras-chave:

Área temática: *Modelos Matemáticos para Gestão de Custos*

Modelos Matemáticos para a Gestão de Custos e Resultados: Uma Aplicação da Programação Dinâmica

Autores:

Elias Pereira
Mestre em Ciência Contábeis FEA-PUC-SP, e em Administração – UNICID-SP, Professor da UniFECAP, UniFMU, UNIP e FUNDACE

Osmar Coronado
Doutor em Ciências Contábeis FEA-USP, Professor na FIG-SP, UNICASTELO, UNIGRANRIO E FURB-Blumenau-SC

Resumo:

A Gestão de Custos lida com muitos problemas de alocação de recursos escassos e necessidades ilimitadas, recorrendo a informações que apóiem a tomada de decisões geradas pela Contabilidade de Custos e Gerencial.
Muitas propostas de resolução destes problemas tem sido colocadas por estudiosos dos métodos quantitativos aplicados na interpretação econômica destes problemas.
A Programação Dinâmica é uma destas soluções propostas, tornada efetiva com os estudos de matemática aplicada, ou programação matemática.
Este estudo pretende contribuir com reflexões sobre o assunto e sua aplicabilidade em Contabilidade Gerencial, propondo e resolvendo um estudo de caso, com a aplicação da programação dinâmica e oferecendo-o como exemplo de estudos que buscam a otimização de custos e resultados na mensuração da logística de distribuição de produtos.
Oferece-se um estudo de caso real aplicado e que obteve êxito no uso de modelos matemáticos para a Gestão de Custos e Resultados.

1 – INTRODUÇÃO

Muitas propostas de resolução problemas da gestão de necessidades ilimitadas e recursos escassos, na busca de racionalização do consumo destes tem sido colocadas por estudiosos dos métodos quantitativos aplicados na interpretação econômica destes problemas.

A Programação Dinâmica é uma destas soluções propostas, tornada efetiva, segundo DENARDO, E. (1982 : 3), por Richard BELLMAN com os estudos de matemática aplicada no período 1952-1957 e sucessivos.

Este trabalho pretende contribuir com reflexões sobre o assunto e sua aplicabilidade em Contabilidade Gerencial e Contabilidade de Custos, propondo e resolvendo um estudo de caso, com a aplicação da programação dinâmica e oferecendo-o como exemplo de estudos que buscam a otimização de resultados na mensuração da distribuição de produtos.

2 – CARACTERIZAÇÃO DOS PROBLEMAS TRATADOS COM A PROGRAMAÇÃO DINÂMICA

As várias possibilidades de soluções dos problemas focados neste estudo levam as pessoas a buscarem aquelas que otimizem a relação custo/benefício envolvidas nas várias alternativas.

Essa busca leva à necessidade de escolha entre alternativas, o que exige uma ou mais decisões para a solução do problema.

A solução do problema é tanto mais complexa quanto mais exigências e restrições estiverem envolvidas e estas forem seqüenciais e interdependentes, envolvendo as várias dimensões das alternativas, principalmente a temporal (dinâmica).

Neste trabalho trata-se da otimização do resultado da logística de distribuição de produtos e mais especificamente do transporte, maior representante do total dos custos de logística das empresas.

A Contabilidade Gerencial, como órgão administrativo é aquele responsável por apresentar aos gestores, um plano de ação que otimize todos e cada um dos resultados individuais (ótimo local) das diversas áreas de responsabilidade em que se organizam as empresas, bem como o resultado global (ótimo global) da empresa, representado pela soma dos resultados individuais.

É também a responsável por projetar um sistema de informações que contemplem, com as melhores metodologias disponíveis, mensurem e avaliem as alternativas identificadas, de acordo com um cenário econômico de consenso entre os participantes da gestão das empresas, propiciando a integração da gestão, através desse sistema, a fim de possibilitar a percepção, por parte dos gestores, dos resultados que afetarão as decisões tomadas nos períodos de tempo futuro.

O modelo contabilístico que opera a preparação e apresentação dos orçamentos, que resumem as decisões planejadas, bem como apresenta a mensuração das decisões realizadas, é o mais básico para a comunicação dos planos e resultados da gestão dos recursos econômicos das organizações.

A Pesquisa Operacional, na qual se inclui a Programação Dinâmica, é um conjunto de ferramentas utilizadas na apreciação e avaliação das alternativas que otimizem os resultados das decisões racionais e as informações geradas pela Contabilidade Gerencial se constituem na matéria prima para o processo decisório.

HILLIER, F.S. & LIEBERMAN, G. J. (1988 : 268), apresentam os aspectos básicos que caracterizam problemas de programação dinâmica da seguinte maneira:

a) *O problema pode ser dividido em estágios, com a necessidade de uma decisão política a cada estagio.*
b) *Cada estágio tem um número de estados associados a ela*
c) *O efeito da decisão política à cada estágio é o de transformar o estado atual num estado associada ao próximo estágio*
d) *Dado o estado atual, uma política ótima para os estágio remanescentes é independente da política adotada nos estágios anteriores.*
e) *O procedimento de solução começa por encontrar a política ótima para cada estado do último estágio.*
f) *Existe disponível uma relação recursiva, a qual identifica a política ótima para cada estado "n", dada a política ótima para cada estado no estágio (n + 1) .*
g) *Usando uma relação recursiva, o procedimento de solução vai voltando atrás estágio a estágio – encontrando a cada vez a política ótima para cada estado naquele estágio – até que encontre a política ótima quando começando no estágio inicial.*

WAGNER, H. M. (1986 : 297) apresenta a estrutura de análise da abordagem de programação dinâmica para problemas de estágios múltiplos da seguinte forma:

a) *As variáveis de decisão com suas restrições correspondentes são agrupadas em estágios e os estágios são considerados seqüencialmente*
b) *As únicas informações sobre os estágios anteriores que são relevantes para selecionar valores ótimos para as variáveis de decisão correntes são condensadas em uma variável chamada de estado, que pode ser n-dimensional.*
c) *A decisão corrente, dado o estado presente do sistema, tem uma influência previsível sobre o estado do próximo estágio.*
d) *A otimidade da decisão corrente é julgada em termos de seu impacto econômico previsto sobre o estágio atual e todos os estágios subseqüentes.*

Os problemas tratados pela programação linear têm uma solução padrão como nos problemas tratados com o uso do método Simplex.

Os problemas tratados com a Programação Dinâmica, não têm modelo padrão de solução, apenas a sensibilidade para o uso da abordagem.

Diante dos problemas, os gestores deverão, através dos vários estágios do processo de gestão, analisar as variáveis ambientais, selecionar um cenário provável entre os vários possíveis, selecionar alternativas pó meio do modelo de decisão, e escolher entre elas as que representem resultados otimizantes da atuação dos gestores das diversas áreas.

Os modelos de decisão incluem-se entre os determinísticos (solução certa e única) e os estocásticos (probabilísticos), uma vez que algum grau de incerteza (risco) está presente nas decisões e ações da gestão. Os probabilísticos podem ser transformados em modelos determinísticos (equivalentes a certeza) pela contextualização e conveniência dos apreciadores e avaliadores das alternativas.

2.1 – EVOLUÇÃO DA PROGRAMAÇÃO DINÂMICA

Segundo HILLIER, F. S. & LIEBERMAN, G. J. (1988 : 17) "*Pesquisa Operacional diz respeito à tomada de decisão ótima e modelação de sistemas determinísticos e probabilísticos que se originam na vida real. Estas aplicações, as quais ocorrem no governo, negócios, engenharia, economia e ciências naturais e sociais, são amplamente caracterizadas pela necessidade de alocar recursos limitados*".

"*A contribuição da abordagem de Pesquisa Operacional, deriva principalmente de:*

1) *Estruturação de vida real num modelo matemático, abstraindo os elementos essenciais para que possa ser buscada uma solução relevante para os objetivos do tomador de decisão. Isto significa olhar para o problema dentro do contexto do sistema inteiro.*
2) *Exploração da estrutura de tais soluções e desenvolvimento de procedimentos sistemáticos para obtê-los.*
3) *Desenvolvimento de uma solução incluindo a Teoria Matemática, se necessário, que permita um valor ótimo do sistema de mensuração do que seja desejável (ou possivelmente que compare cursos de ações alternativos através da avaliação de suas medidas do que seja desejável)"*

WAGNER, H. M.(1986 : 2) aponta que a Pesquisa Operacional seria melhor descrita como "Análise de Decisão". Esta subdivide um problema de grande porte em suas partes componentes, de forma que cada uma delas seja mais simples de manipular e diagnosticar. Depois que os elementos separados foram cuidadosamente examinados, os resultados são sintetizados de modo a dar a percepção do problema original.

"*A Pesquisa Operacional constitui-se de uma abordagem científica à resolução de problemas para a gestão executiva e, sua aplicação deve ser a de:*

a) Construir descrições ou modelos matemáticos, econômicos e estatísticos de problemas de decisão e controle para tratar situações de complexidade e incerteza.

b) *Analisar as relações que determinam as conseqüências futuras prováveis de ações alternativas, e idear medidas apropriadas de eficácia, de modo a calcular o mérito relativo de cada uma dessas ações*".

Naturalmente, as ferramentas da Ciência da administração devem ser mais úteis quando precedidas de um estudo dos cenários em que se irá atuar.

DENARDO, E. V. (1982 : 3) aponta que, "a Pesquisa Operacional, se desenvolveu com propósitos militares para a Segunda Guerra Mundial e na seqüência a Programação Dinâmica, com os estudos de MASSÉ, P." *les réserves et la regulation de lávenir la vie économique*, 1946", sobre recursos hídricos; WALD, A. *Sequential Analysis*, 1947 com os problemas de decisões seqüenciais na estatística; ARROW, K. J. et all, *Bayes and Minimax Solutions of Sequential Decisions Problems*, 1949 com os estudos de controle de estoques, seguidos por DVORETSKY, KIEFER, AND WOLFOWITZ (1952) e finalmente por Richard BELLMAN (1952) com os estudos das equações funcionais.

BELLMAN, R., foi, entretanto, quem ampliou o Princípio da Optimalidade (otimidade) e com grande simplicidade, usou-o na análise de centenas de problemas de otimização no campo da matemática, engenharia, economia, pesquisa operacional e outros campos.

Pesquisa Operacional aqui deve ser entendido como o caminho para se dar soluções, através de modelos matemáticos, aos problemas encontrados pela gestão racional dos negócios com o uso da matemática aplicada, ou programação matemática.

3 – CONCEITOS E DEFINIÇÕES DA PROGRAMAÇÃO DINÂMICA

BELLMAN, R. (l.965 : IX) a conceitua da seguinte forma: "Programação Dinâmica é projetada para dar tratamento a processos de multiestágios processando certos aspectos não variáveis".

Os conceitos desenvolvidos por Richard Bellman, permitem a otimização parcial de uma porção de seqüência e depois liga estas unidades otimizadas às porções seguintes da seqüência até que toda a seqüência fique otimizada.

A longa variedade dos problemas práticos podem ser expressos através do processo de decisão de múltiplos estágios; cada problema é encontrado em muitos assuntos que fazem uso de aplicações matemáticas. Alguns exemplos: Alocações econômicas, programas logísticos, problemas de estoques e problemas de engenharia.

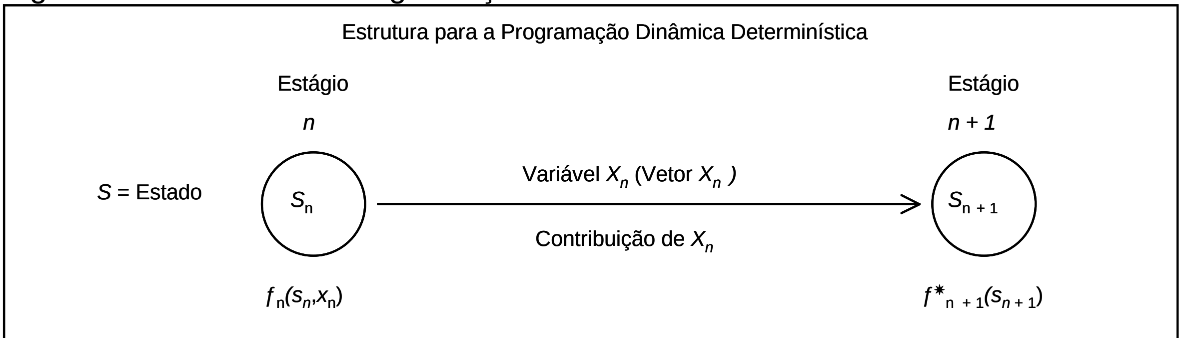
3.1 – TERMINOLOGIA UTILIZADA NA PROGRAMAÇÃO DINÂMICA

A terminologia utilizada na Programação Dinâmica é específica e pode levar a certa confusão, se não compreendida com precisão.

A formulação matemática dos problemas de programação dinâmica seguem as estruturas básicas como as das Figuras 5 e 6.

Na Figura 5, deve-se entender que, no estágio *n* o processo estará em um estado S_n , a tomada de decisão política X_n , conduz o processo para um estado (S_{n+1}) no estágio (n + 1) . Daí em diante, o valor da função objetivo para a política ótima será calculada para ser $f^*_{n+1}(S_{n+1})$. A contribuição da decisão política X_n somada à quantidade inicial apropriadamente, fornece o valor da função objetivo $f_n(S_n,X_n)$ começando no estágio *n* . A otimização relativa a variável X_n ficará $f^*_n(S_n) = f_n(S_n,X^*_n)$. Depois dos cálculos para cada valor possível de S_n, o procedimento de solução estará pronto para ir para trás um estágio.

Figura 5 – Estrutura de Programação Dinâmica Determinística



Fonte: Hillier, F. S. & Lieberman, G. J. (1988 : 270)

Figura 6 – Estrutura de Programação Dinâmica Estocástica.

Na Figura 6, deve-se entender que, *N* denota o número de estados possíveis no estágio (*n* + 1); (p_1, p_2, ...,p_N) é a distribuição probabilística de qual será o estado, dado o estado S_n e a decisão X_n no estágio *n*; C_i é a contribuição resultante para a função-objetivo do estágio *n* se o estado vier a ser o estado *i*.

Caso a Figura 6 seja expandida para incluir todos os estados e decisões possíveis em todas os estágios, será chamada de árvore de decisão.

Devido a estrutura probabilística, a relação entre $f_n(S_n,X_n)$ e o $f^*_{n+1}(S_{n+1})$ é mais complicada do que para a programação dinâmica determinística.

Suponha que o objetivo seja o de minimizar a *soma esperada* das contribuições de cada estágio, em que a $f_n(S_n,X_n)$ representaria a *soma esperada* mínima do estágio *n* em diante, dado que o estado e a decisão política no estágio *n* são S_n e X_n, respectivamente. Como conseqüência ter-se-á:

$$f_n(s_n, x_n) = \sum_{i=1}^{N} p_i \left[C_i + f^*_{n+1}(i)\right],$$

com

$$f^*_{n+1}(s_{n+1}) = \min_{x_{n+1}} f_{n+1}(s_{n+1}, x_{n+1}),$$

Em que a minimização é feita com os valores viáveis de X_{n+1} .

Como se pode verificar nas formulações acima, os termos utilizados são específicos e merecem uma descrição vernacular, abaixo, para facilitar a articulação dos conceitos a fim de se chegar a um entendimento.

Estes termos podem ser encontrados na maioria das obras sobre programação dinâmica e foram extraídos principalmente de RENDER, B. & STAIR Jr., R. M. (1997), HILLIER, F. S. & LIEBERMAN, G. J. (1988) e WAGNER, H. M. (1986), são eles:

1) Estágio: corresponde a uma variável discreta que delineia a seqüência das decisões requeridas no sistema em análise, caracterizando um período ou subproblema lógico. Usualmente representado por (n), onde n = 1, 2, ...N.
2) Estado (variável de Entrada – Input): corresponde a uma variável que descreve situações ou condições iniciais possíveis do sistema em um dado estágio, isto é, as condições nas quais as decisões podem ser consideradas, onde $s \in R^N$
3) Estados viáveis: corresponde ao conjunto finito dos estados que (*s*) pode assumir no estágio (*n*).
4) Estado inicial: corresponde ao estado em que se encontra o estágio inicial (s_o) .
5) Alvo: conjunto de estados viáveis.
6) Variável de decisão: corresponde a uma variável (*d*) que aplicada ao sistema quando ele se encontra no estado (*s*), influencia de alguma forma o estado em que o sistema se encontrará no estágio seguinte (*n* + 1). Representa a oportunidade para mudarmos a variável de estado, partindo de alternativas ou possíveis decisões que existam em cada estágio (d_n).
7) Conjunto de decisões viáveis: corresponde ao conjunto finito das decisões que podem atuar sobre o sistema quando ele se encontra no estágio (*n*) e no estado *s*, [$D_n(s)$]
8) Política viável: corresponde a uma seqüência de decisões interrelacionadas.
9) Política ótima: corresponde a um conjunto de regras de decisão, desenvolvidas como resultado de um critério de decisão, que oferece decisões ótimas para qualquer condição ingressante para qualquer estágio
10) Critério de decisão: corresponde a um enunciado ou afirmação que considerando o objetivo do problema, materializa-se num operador genérico que geralmente o significado somatório, ou produtório.
11) Trajetória: corresponde ao conjunto de pontos gerados por uma política viável.
12) Relação recursiva (Transformação): corresponde a um enunciado algébrico que revela o relacionamento entre os estágios. É uma equação que descreve a relação entre o estado num dado estágio, a decisão aplicada e o novo estado resultante.

    a) Segundo WAGNER, H. M. (1986 : 297) há uma forma canônica para ilustrar a relação recursiva: Faça-se *s* significar um estado do sistema, S_n o conjunto de todos os estados possíveis no estágio *n*, defina-se d_n como a decisão tomada no estágio *n* e faça-se $D_n(s)$ designar todos os valores viáveis para d_n dado que o sistema esteja no estado *s*. Dado que o sistema esteja no estado s, faça $R_n(s,d_n)$ representar o retorno econômico imediato da decisão d_n, e $T_n(s,d_n)$ o estado transformado do sistema no estágio (*n* – 1). Daí, uma forma comum para a recursão de programação dinâmica é:

$$\text{(RPD)} \qquad f_n(s) = \underset{d_n \text{ em } D_n(s)}{\text{Ótimo}} \{ R_n(s, d_n) + f_{n-1}[\boldsymbol{T}_n(s,d_n)]\}$$

    Para todos os (*s*) em (S_n), em que ótimo significa máximo ou mínimo, dependendo do contexto particular.

    b) HILLIER, F.S. & LIEBERMAN, G. J. (1988 : 269) apresentam esta relação da seguinte forma: Faça-se $f_n(s,X_n)$ ser o valor de maximização/minimização da função objetivo, dado que o sistema inicia-se no estado (*s*) no estágio (*n*) e X_n é escolhido. Faça-se $f^*_n(s)$ ser o valor máximo/mínimo de $f_n(s, X_n)$ sobre todos os valores possíveis de X_n. A relação recursiva será sempre da forma:

$$f_n^*(s) = \underset{x_n}{\max}/\underset{x_n}{\min} \{ f_n(s,x_n)\}$$

em que $f_n(S,X_n)$ seria escrito em termos de s, x_n, f^*_{n+1}**(•)** e provavelmente em termos de alguma medida do primeiro estágio quanto à eficácia/ineficácia de x_n.. Neste caso **(•)** é denominado operador, em substituição a uma fórmula que se repete.

13) O problema da Programação Dinâmica é: encontrar, se houver, uma política viável que aplicada ao estado inicial, leva o sistema ao estágio N, otimizando o valor da função-objetiva. O princípio da otimidade (optimalidade) supõe que: "*se o curso de ação adotado for ótimo, considerando-se o estado inicial, então o curso de ação subsequente será ótimo, considerando-se o estado subseqüente como estado inicial*".
Há que se considerar que uma solução ótima, em modelos matemáticos , será uma ótima analítica se for viável e se as influências das variáveis de relacionamento não contiverem pontos viáveis e superiores em valor objetivo. Uma solução é ótima global se for viável e nenhuma outra solução viável tiver valores objetivos superiores. Ótimo global é sempre ótimo analítico, entretanto, ótimos analíticos podem não ser ótimos globais.

Compete fazer uma distinção, aqui, entre o ótimo de PARETO e o ótimo da Pesquisa Operacional. Para Vilfredo PARETO (1896), economista, sociólogo e engenheiro italiano: "*o ótimo econômico, partindo de valores subjetivos, é a condição em que se alocam recursos econômicos de tal maneira que nenhuma reordenação diferente possa melhorar a situação de qualquer agente econômico sem piorar a situação de um outro*", enquanto que o ótimo da Pesquisa Operacional, parte de variáveis objetivas, definidas, certas, conhecidas com certeza, para operacionalizar um sistema de equações ou inequações e alcançar uma solução única para o problema sob investigação, em que os graus de liberdade entre variáveis e número de equações tenham sido consumidos.

3.2 – CONCEITOS E DEFINIÇÕES DE OTIMIZAÇÃO

GOTTFRIED, B. S. (1973 : 4) apresenta a otimização como: "*a arte de obter a melhor política para satisfazer certos objetivos e ao mesmo tempo satisfazer restrições fixadas"..."A maioria dos problemas de otimização requerem a maximização ou minimização de uma dada função objetiva, sujeito a um conjunto de restrições e a um conjunto de limitações sobre as variáveis*".

BELLMAN, R. (1965 : 83) articula o princípio da optimalidade da seguinte maneira: "*Uma política ótima tem a propriedade de em qualquer estado inicial e decisão inicial, as decisões remanescentes devem constituir uma política ótima com respeito ao estado resultante da primeira decisão*".

WAGNER,H. M. (1986 : 217) apresenta o princípio da optimalidade como: "*Uma política ótima deve ter a propriedade de que, independentemente do percurso tomado para chegar a um determinado estado, as decisões restantes devem constituir-se numa política ótima a partir daquele estado*". Política aqui deve ser entendida no sentido de curso de ação ou plano de ação.

4 – PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DETERMINÍSTICA

Para HILLIER, F. S. & LIEBERMAN, G. J. (1986 : 270), "*a Programação Dinâmica Determinística abrange uma abordagem de problemas determinísticos, onde o estágio seguinte é completamente determinado pelo estado e decisão política no estágio em que se encontram*".

Um modo de categorizar os problemas de programação dinâmica determinística é pela forma da função-objetiva. Por Exemplo, o objetivo poderia ser minimizar a soma das contribuições de cada uma dos estágios, ou maximizar uma tal soma, ou minimizar um produto de tais termos, e assim por diante. Uma outra categorização é em termos da natureza do conjunto de estados para os respectivos estágios.

5 – PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA OU PROBABILÍSTICA

Para JACOBS, O. L. R. (l967 : 77) - "*a Programação Dinâmica é aplicada também no processo probabilístico, onde há incertezas sobre a realização do estágio e o retorno que resultará de um dado estágio, a uma dada decisão, a um dado tempo. A incerteza no processo probabilístico é descrito pela função probabilística. A função probabilística y(x,r) de um argumento (x) é onde o valor de (y) depende não somente do valor de (x) mas também do valor de uma variável randômica imprevisível "r"*."

A incerteza associada a cada uma das variáveis randômicas é usualmente descrita por uma distribuição probabilística. Quando uma distribuição não é conhecida antecipadamente ela pode usualmente ser estimada (consumido os graus de liberdade), durante o curso do processo de observação da variável aleatória.

Para RARDIN, R. L. (1998 : 16) "*um modelo matemático é dito determinístico se todos os seus valores de parâmetro são assumidos por serem conhecidos com certeza, enquanto que será dito probabilístico ou estocástico se envolver quantidades conhecidas apenas com probabilidade de ocorrência*".

Os conceitos arrolados até aqui permitem a operacionalização do problema e solução da CORONADO & PEREIRA, a seguir.

6 – ESTUDO DE CASO DA CORONADO & PEREIRA

A empresa CORONADO & PEREIRA, nome fantasia, representa uma empresa real, localizada na cidade de São Paulo, que atualmente produz e vende caixas de correio domésticas, em plástico, e está estudando um meio de otimizar seus resultados, tendo percebido que seu maior problema atual está relacionado à logística de distribuição do produto na região mais próxima que atende que, localiza-se em Peruíbe, Praia Grande, Santos e Guarujá, todas cidades litorâneas do Estado de São Paulo. Além desses locais a CORONADO & PEREIRA, vende para outros estados do Brasil, entretanto, seu maior faturamento concentra-se em São Paulo, cerca de 80%.

As características do problema da empresa estão representados na Figura 9:

O problema da empresa é otimizar a contribuição marginal que se traduz em maximizar as margens de contribuições de cada cidade atendida, como ótimo local, que somadas formarão a margem de contribuição global.

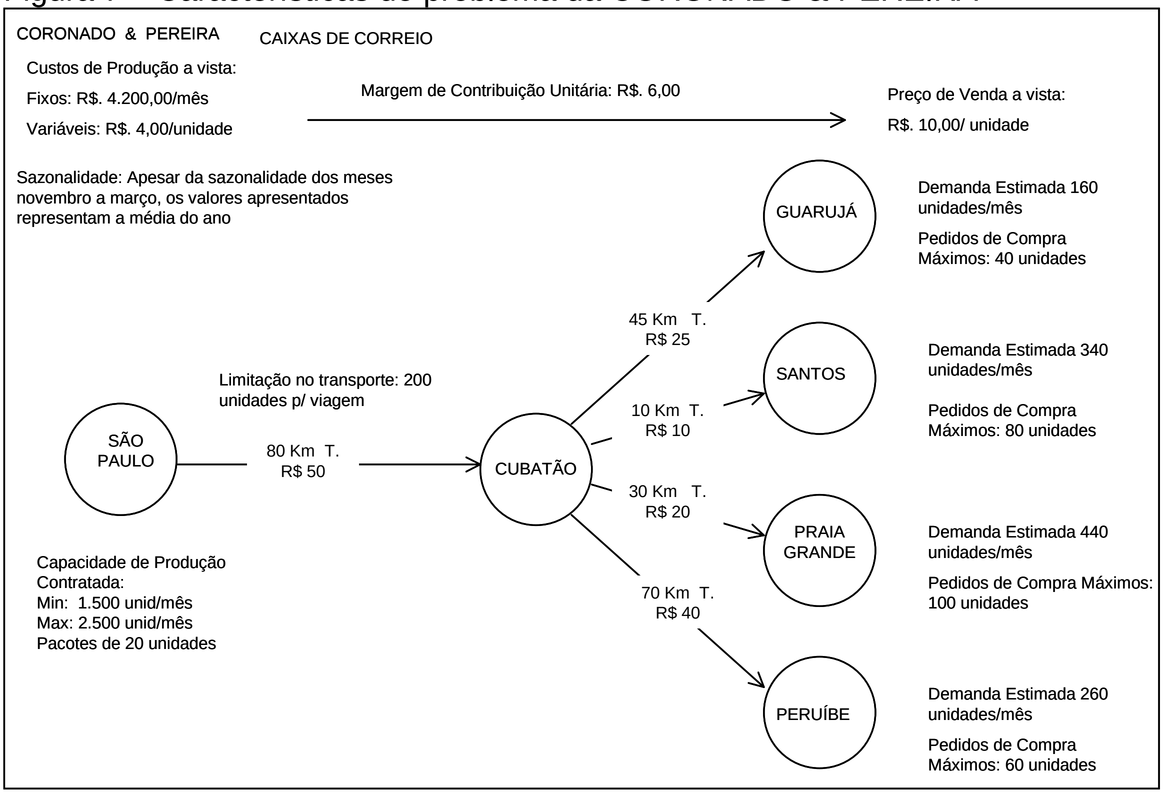
Os clientes da empresa absorvem produtos em quantidades limitadas a cada entrega colocando pedidos de compra compatíveis aos seus planejamentos de desembolso, geralmente visando as disponibilidades dos consumidores locais, que ocorrem em torno do final de cada mês.

Para a empresa. interessa que seu faturamento ocorra o quanto antes, ou em bases regulares de forma a manter um fluxo permanente e equilibrado de entrada de caixa, sem prejuízo do lucro operacional (margem de contribuição).

O Sr. CORONADO se encarrega das relações com os clientes, das vendas, e da produção, o Sr. PEREIRA se encarrega da administração geral e financeira e encontraram nos estudos de programação dinâmica e os discernimentos necessários para solucionar o problema exposto.

Este está constituído em maximizar as margens de contribuições da empresa em função das limitações expostas acima, Ilustrada na Figura 7.

Figura 7 – Características do problema da CORONADO & PEREIRA



Uma solução alternativa poderia ser a distribuição conforme a Tabela 1:

Isso implicaria em realizar 8 viagens, dadas as restrições. Essa decisão não otimizaria o resultado, já que há um resíduo nas viagens 1, 3, 6, e 8.

Tabela 1 – Distribuição alternativa 1

	VIAGENS NO MÊS E QUANTIDADES					
Número	GUARUJA	SANTOS	P.GRANDE	PERUIBE	RESÍDUO	Suprimento
1	160				40	200
2		200				200
3		140			60	200
4			200			200
5			200			200
6			40		160	200
7				200		200
8				60	140	200
Demanda	160	340	440	260	400	1600

Outra solução alternativa poderia ser a distribuição de quantidades médias como as da Tabela 2, mantidas as 8 viagens com resíduos:

Tabela 2 – Distribuição Alternativa 2

	VIAGENS NO MÊS E QUANTIDADES					
Número	GUARUJA	SANTOS	P.GRANDE	PERUIBE	RESÍDUO	Suprimento
1	20	40	60	40	40	200
2	20	40	60	40	40	200
3	20	40	60	40	40	200
4	20	40	60	40	40	200
5	20	40	60	40	40	200
6	20	40	60	20	60	200
7	20	40	60	20	60	200
8	20	60	20	20	80	200
Demanda	160	340	440	260	400	1600

Evitando transportar as quantidades residuais conhecidas previamente, tem-se as margens de contribuição conforme Tabela 3, abaixo:

Tabela 3 – Margem de Contribuição 1

	MARGENS MENOS DESPESAS DE VIAGEM					
Número	GUARUJA	SANTOS	P.GRANDE	PERUIBE	RESÍDUO	Suprimento
1	95	230	340	200	0	865
2	95	230	340	200	0	865
3	95	230	340	200	0	865
4	95	230	340	200	0	865
5	95	230	340	200	0	865
6	95	230	340	80	0	745
7	95	230	340	80	0	745
8	95	350	100	80	0	625
TOTAL	760	1960	2480	1240	0	6440

Procedendo a análise inicial das margens de contribuição, com base nas viagens necessária para fornecer 1.200 unidade (6 viagens com 200 unidades) tem-se uma margem total de $ 6.615, como na Tabela 4.

Tabela 4 – Margem de Contribuição 2

	MARGENS POR CIDADE E RESULTADO					
CIDADE	GUARUJÁ	SANTOS	P.GRANDE	PERUÍBE	RESÍDUO	TOTAL
Quantidade	160	340	440	260	0	1.200
Margem Unitária	6	6	6	6		
Margem Bruta	960	2.040	2.640	1.560		7.200
Despesa de Transporte	75	120	210	180		585
Margem Líquida	885	1.920	2.430	1.380		6.615
Custo Fixo						4.200
Lucro Operacional						2.415

Desta forma infere-se que deve haver uma maneira de otimizar (maximizar) a margem de contribuição de cada cidade (ótimo local) com a redução para 6 viagens que, somadas formarão a contribuição marginal ótima da empresa (ótimo global).

Assim, uma redistribuição que atende todas as restrições físicas baseada apenas na experiência acumulada é a ilustrada na Tabela 5:

Tabela 5 – Distribuição Alternativa 3

	VIAGENS NO MÊS E QUANTIDADES					
Número	GUARUJA	SANTOS	P.GRANDE	PERUIBE	RESÍDUO	Suprimento
1	40	60	60	40	0	200
2	40	60	60	40	0	200
3	20	40	100	40	0	200
4	20	60	80	40	0	200
5	20	40	80	60	0	200
6	20	80	60	40	0	200
Demanda	160	340	440	260	0	1200

Calculadas as margens de contribuições com base na nova redistribuição, considerando que as despesas de viagem entre São Paulo e Cubatão são um custo fixo para todas as cidade e que é um percurso comum inevitável, então tem-se a soma ilustrada na Tabela 6.

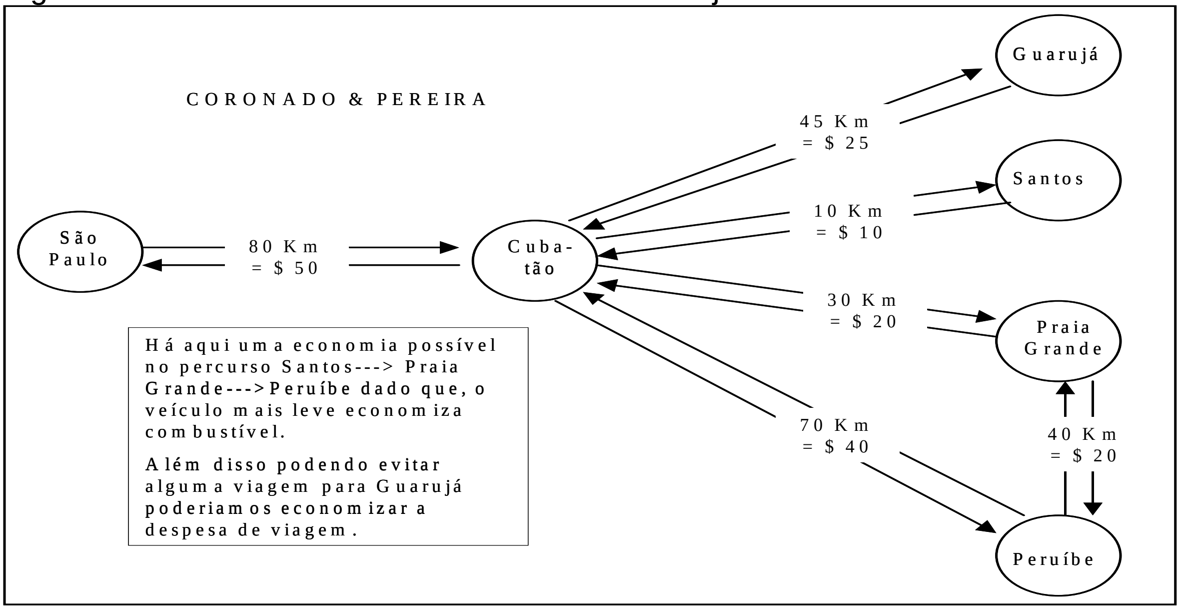
Tabela 6 – Margem de Contribuição 3

	MARGENS MENOS DESPESAS DE VIAGENS					
Número	GUARUJA	SANTOS	P.GRANDE	PERUIBE	RESÍDUO	Suprimento
1	215	350	340	200	0	1105
2	215	350	340	200	0	1105
3	95	230	580	200	0	1105
4	95	350	460	200	0	1105
5	95	230	460	320	0	1105
6	95	470	340	200	0	1105
Demanda	810	1980	2520	1320	0	6630

Como se pode notar na Tabela 6, não apenas saiu-se de uma Margem total de $6.440 mas, também, otimizou-se os resultados para uma margem total de $6.630. Além de otimizar-se o resultado, homogeneizou-se as margens, o que dá um equilíbrio em termos de fluxo de caixa.

Entretanto, não há nenhuma garantia de que esta seja a redistribuição ótima global pois, sob uma análise mais acurada tem-se os seguintes aspectos a considerar: a) O problema pode ser resolvido como um de mínimo percurso, b)O problema pode ser representado por uma única viagem com 6 conteineres de 200 caixas de correio cada um, a serem distribuídas pelas quatro cidades, ponderadas as restrições apresentadas; c)O problema é uma combinação entre problemas clássicos da Pesquisa Operacional do tipo carruagem, do tipo mochila e do tipo distribuição de esforços; d) O modelo econômico que sustenta a interpretação do problema é o de economias de escopo, como descrito em PINDYCK, R. S. & RUBINFELD, D. L. (1994 : 285-289), SAMUELSON, W. F. & MARKS, S. G. (1995 : 249-268), dentro do modelo neoclássico; e)Um rearranjo do problema é possível como representado na Figura 12:

Figura 12 – Características do Problema Re-arranjado



Assim, uma programação matemática por viagem, ou uma combinação de todas as restrições é necessária, analisando a capacidade de absorção de cada cidade dentro do escopo do transporte.

Assim, dividindo-se as seis viagens com entregas nas quatro cidades, cada viagem correspondendo a um estágio de decisão e do faturamento mensal da empresa, pode-se apreciar a distribuição ótima selecionada pela ferramenta “Solver” do programa de planilha eletrônica Excel, tratando os estágios individualizados como uma programação linear de rota de mínimo percurso.

Pode-se analisar um a um dos estágios ou proceder a análise global, fornecendo à ferramenta “Solver” todas as restrições de uma só vez.

O programa de computador fornecerá uma alocação ótima que será utilizada para a análise de recursão da Programação Dinâmica.

Conforme a análise de recursão, as alocações do programa se confirmam ótimas, permitindo a empresa a otimização das margens de contribuição, como pode ser visualizado na Tabela 10.

Tabela 10 – Distribuição Alternativa Ótima

DISTRIBUIÇÃO RECOMENDADA POR PROGRAMAÇÃO DINÂMICA						
VIAGEM	GUARUJÁ	SANTOS	P.GRANDE	PERUÍBE	Embarcado	Limite
1	40	0	100	60	200	200
2	0	80	60	60	200	200
3	40	80	60	20	200	200
4	40	60	100	0	200	200
5	40	80	20	60	200	200
6	0	40	100	60	200	200
Designado	160	340	440	260		1.200
Capacidade	160	340	440	260	1.200	

Tabela 11 – Margem de Contribuição da Distribuição Ótima

MARGEM DA DISTRIBUIÇÃO RECOMENDADA POR PROGRAMAÇÃO DINÂMICA					
VIAGEM	GUARUJÁ	SANTOS	P.GRANDE	PERUÍBE	S Margem
1	215	0	580	340	1.135
2	0	470	340	340	1.150
3	215	470	340	100	1.125
4	215	350	580	0	1.145
5	215	470	100	340	1.125
6	0	230	580	340	1.150
Soma	860	1.990	2.520	1.460	6.830

As distribuições propostas pelo programa de computador, atendem a todas as restrições e otimizam os resultados, o que permitiu a empresa sair de uma margem de contribuição total de $ 6.440 para $ 6.830, isto é deduzidos os $ 4.200 de custos fixos, sobra ainda o resultado otimizado de $ 2.630, superior em $ 215 de lucro operacional aos $2.415 iniciais.

Este resultado deixou claro que as ferramentas da Pesquisa Operacional, e neste caso em particular, a Programação Dinâmica, permite economizar muito esforço na computação dos dados e notadamente supera de longe o esforço da enumeração exaustiva das possibilidades.

Algumas críticas à Programação Dinâmica tem sido tecidas no sentido de ser uma boa e eficiente técnica, entretanto, não muito eficaz, quando se trata de problemas reais com múltiplos objetivos e principalmente aqueles não programáveis que permeiam as decisões gerenciais.

Todavia, como modelo que tenta representar a realidade, a P.D. abstrai valores não mensuráveis e atende bem as decisões que dentro de uma distribuição de probabilidades normal podem ser representadas nesse modelo.

Como aponta WAGNER, H.M. (1988 : 299), "*a diferença entre uma formulação grosseira e uma talentosa pode ser o fator decisivo na viabilidade da abordagem dos problemas dinâmicos para se obter sucesso e interpreta-lo sob a Programação Dinâmica*".

Uma última observação deve ser feita, antes de concluir, a respeito da habilidade de conduzir a análise da Programação Dinâmica para este caso específico. Observou-se vários pontos de ótimo, significando que a combinação recomendada pela PL sob os critérios de mínimo percurso, são aqueles que a análise de recursão identificou.

Todavia, uma re-alocação das quantidades distribuídas pode ainda melhorar os resultados, quando focados sob o aspecto financeiro.

Um dos propósitos da empresa é antecipar o mais possível o faturamento de forma que aproveite o valor do dinheiro no tempo. Daí, a proposta foi re-alocar as viagens com maior Margem de Contribuição para as primeiras posições, ou seja, nas primeiras semanas do mês, de forma que ao receber antes capitalizar-se-á as aplicações dos recursos de forma a otimizar os aspectos financeiros além dos operacionais, isto é, o resultado econômico como a soma do operacional e financeiro.

Isso forneceria os resultados como os da Tabela 12

Tabela 12 – Margens re-alocadas

MARGENS INCLUSIVE DESPESAS DE VIAGENS RE-ALOCADAS					
Número	GUARUJÁ	SANTOS	P.GRANDE	PERUÍBE	Margem
1	0	230	580	340	1.150
2	0	470	340	340	1.150
3	215	350	580	0	1.145
4	215	0	580	340	1.135
5	215	470	340	100	1.125
6	215	470	100	340	1.125
Margem	860	1.990	2.520	1.460	6.830

Contudo, alguns fatores estratégicos podem ter sido deixados de lado, como a presença dos vendedores junto aos clientes por muito tempo, o que pode redundar em perda de vendas.

7 – CONCLUSÕES

Atendo-se ao estudo de caso, pode-se afirmar que a P.D. apóia substancialmente a busca e descoberta de solução para o problema de otimização que se procurou solucionar e que, aplicada ao problema obteve-se êxito na definição de política ótima para a logística de distribuição da empresa, apresentado neste estudo.

Ficou claro, com relação ao propósito de contribuir com exemplos e estudo de caso que sustentem a racionalidade na otimização do resultados das empresas que, a Contabilidade Gerencial, utilizando-se da Programação Dinâmica como ferramenta, pode oferecer uma contribuição valiosa ao processo decisório das empresas que se orientam pela eficácia focada em resultado operacional e mesmo o financeiro. Contudo, tem-se dúvidas quanto ao resultado estratégico, o que propõe-se aqui seja objeto de futuras investigações

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ACKOFF, R. L. & SASIENI, M. W. Pesquisa Operacional, Rio de janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1975

BELLMAN, R. E. *Dynamic Programming*, Princeton-NJ, Princeton University Press, 1957

BELLMAN, R. E. & DREYFUS, S. E. *Applied Dynamic Programming*, Prienceton, Princeton University Press, 1962
BELLMAN, R. & KALABA, R. *Dynamic Programming and Modern Control Theory*, New York, Academic Press, 1965
BRONSON, R. Pesquisa Operacional, São Paulo, McGrawHill, 1985
DENARDO, E. V. *Dynamic Programming: Models and Applications*, Englewood Cliffs-NJ, Prentice Hall, 1982
GOTTFRIED, B. S. & WEISMAN, J. *Introduction to Optimization Theory*, Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1973
JACOBS, O.L. R. *An Introduction to Dynamic Programming: The Theory of Multistage Decision Process*, London, Chapman and Hall Ltd., 1967
PINDYCK, R.S. & RUBINFELD, D. L. Microeconomia, São Paulo, Makron Books, 1994
RARDIN, R. L. *Optimization in Operations Research*, Upper Saddle River, NJ., Prentice Hall, 1998
RENDER, B. & STAIR Jr., R. M. *Quantitative Analysis for Management, 6th edition*, Upper Saddle River, Prentice Hall, 1997
SAMUELSON, W. F. & MARKS, S. G. *Managerial Economics, 2nd edition*, Fort Worth, The Dryden Press, 1995
WAGNER, H. M. *Principles of Operations Research: with Applications to Managerial Decisions*, Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1969
--------------------- *Principles of Management Science: with Applications to Executive Decisions*, Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1970
--------------------- Pesquisa Operacional, Rio de Janeiro, PHB –Guanabara Koogan, 1986