

EL LOTE OPTIMO DE PRODUCCION Y LOS COSTOS

José M. Safarano

Elba Font de Malugani

Roberto M. Safarano

Resumo:

En este trabajo se trata de llegar a la determinación del lote óptimo de producción de un artículo, armonizando cuestiones de la realidad de un sistema productivo y técnicas de investigación operativa, de manera, no solo de considerar un caso único, con todas las variables sin modificación, sino teniendo en cuenta las situaciones de bonificación por cantidad respecto de las compras de insumos, así como restricciones vinculadas a las posibilidades financieras y al espacio disponible para almacenar el stock. Se hace así mismo, una referencia a las situaciones inflacionarias donde, en razón a la relación entre las tasas pactada y de inflación, se modifican las condiciones a tomar en consideración.

Palavras-chave:

Área temática: *Custos Associados à Programas de Qualidade, Produtividade e Reengenharia*

**III CONGRESSO BRASILEIRO DE CUSTOS
SETOR DE CIÊNCIAS SOCIAIS
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
CURITIBA - PR
BRASIL
OUTUBRO 1996**

EL LOTE OPTIMO DE PRODUCCION Y LOS COSTOS

José M. Safarano
Elba Font de Malugani
Roberto M. Safarano
Universidad del Museo Social Argentino
Corrientes 1723 (1042) Buenos Aires - Argentina
Tel. 375-4601/02 Fax 375-4600

Resumen

En este trabajo se trata de llegar a la determinación del lote óptimo de producción de un artículo, armonizando cuestiones de la realidad de un sistema productivo y técnicas de investigación operativa, de manera, no solo de considerar un caso único, con todas las variables sin modificación, sino teniendo en cuenta las situaciones de bonificación por cantidad respecto de las compras de insumos, así como restricciones vinculadas a las posibilidades financieras y al espacio disponible para almacenar el stock. Se hace así mismo, una referencia a las situaciones inflacionarias donde, en razón a la relación entre las tasas pactada y de inflación, se modifican las condiciones a tomar en consideración.

Area temática: Costos asociados a Programas de Productividad

EL LOTE OPTIMO DE PRODUCCION Y LOS COSTOS

1.- INTRODUCCION

La determinación del tamaño del lote óptimo en una política de reposición de stock es un tema que ha sido tratado en numerosa bibliografía referente a “investigación operativa”. Sin embargo al enfocarlo desde el punto de vista de profesionales de “costos” enriquece el tema en cuanto a características a considerar en el momento de su aplicación real.

Por otra parte, aun los textos de administración de operaciones, no avanzan en un enfoque de modelo complejo que considere simultáneamente varios cambios en los supuestos iniciales, como ser: bonificaciones por cantidad, restricciones de disponibilidad de recursos escasos, posibilidad de acumulación de pedidos, aleatoriedad de la demanda y/u otros, datos, nivel máximo de situaciones de agotamiento permitido, tipo de política a implementar, etc.

Con la intención de salvar las “objeciones” que pueda merecer el esquema clásico y ampliar su aplicación se presenta este trabajo.

2 - EL LOTE OPTIMO

En la determinación del lote óptimo de producción entran en juego factores vinculados a distintos conceptos de costo. Si observamos en la figura 1, la función producción estará representada por la recta AB, llegando a D con igual valor por cuanto en el punto B se interrumpe la producción, y la función demanda por la recta AC. Si se suspende la producción en el punto B y la demanda sigue evolucionando desde C hasta D, entonces de esa manera se habrá agotado el stock de lo producido; todo ello para el período que abarca t días. Por lo tanto, el stock va teniendo el desarrollo que corresponde a la zona grisada entre los puntos ABD y ACD. En la figura 2 se muestra la evolución del stock en tal situación; en el mismo se expone como crece el stock desde A hasta que se llega a la distancia BC, para luego ir disminuyendo hasta agotarse en el punto D.

Figura 1: Evolución de Producción y Demanda

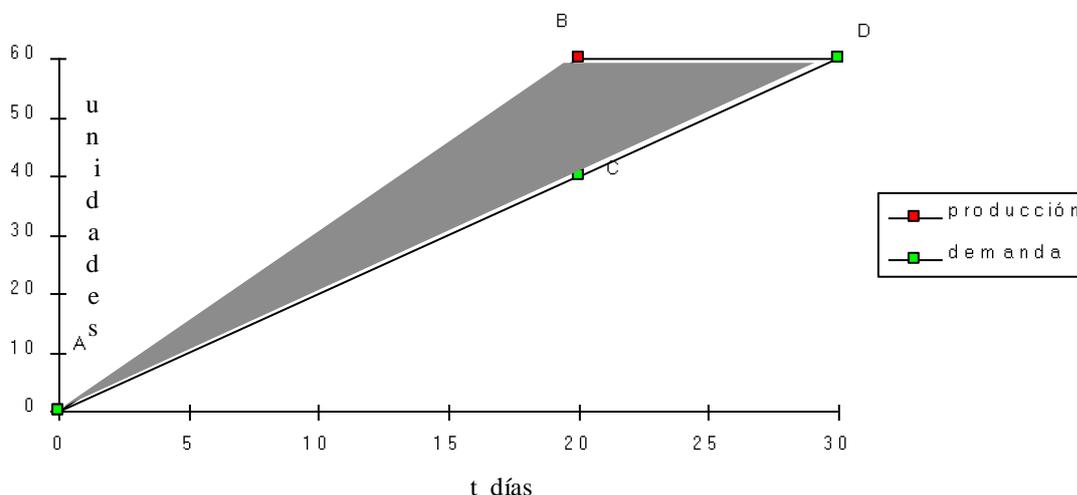
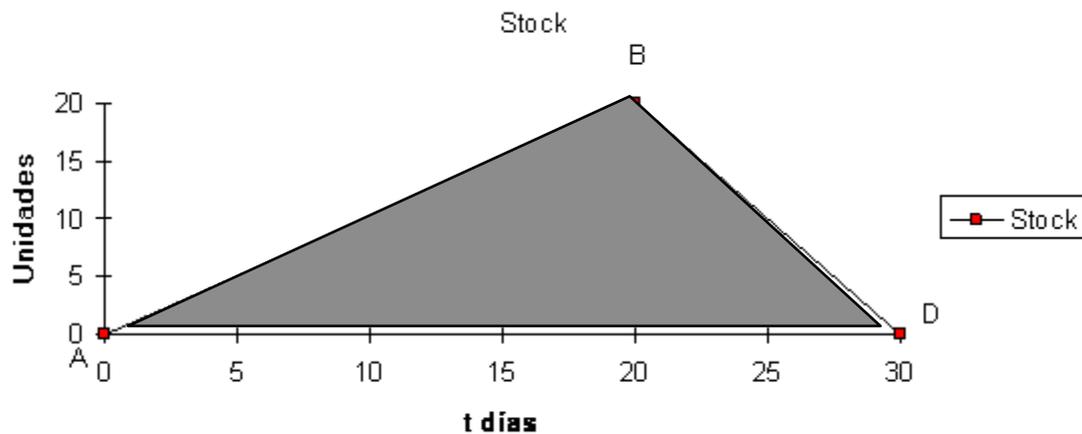


Figura 2: Evolución del Stock

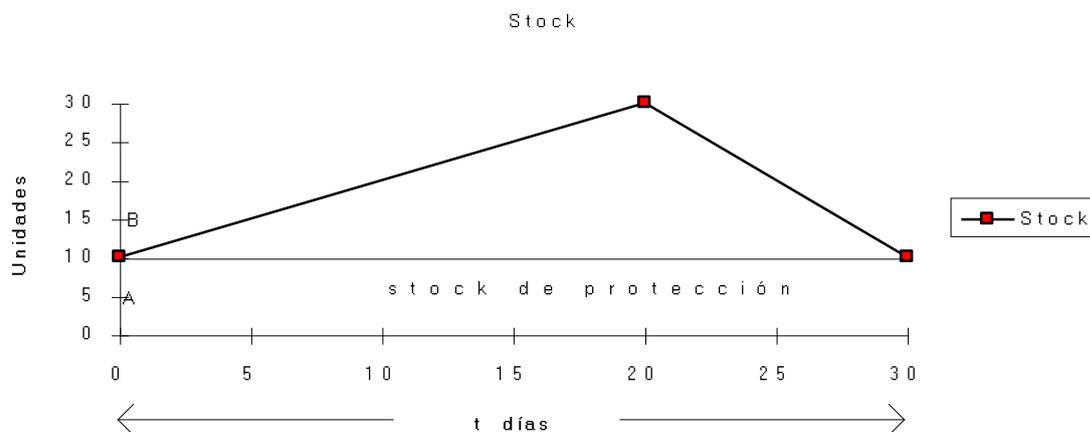


El supuesto que se presenta obedece a una empresa que va alternando la producción de distintos artículos, de manera que, si produce uno no puede simultáneamente producir otro. Ello lleva a la necesidad de determinar el nivel del lote óptimo desde el punto de vista económico. O sea:

- a) obtener un tamaño de lote, que económicamente resulte el más conveniente; y
- b) mantener un stock suficiente como para atender la demanda hasta tanto llegue el momento de poner en producción nuevamente el artículo de que se trata.

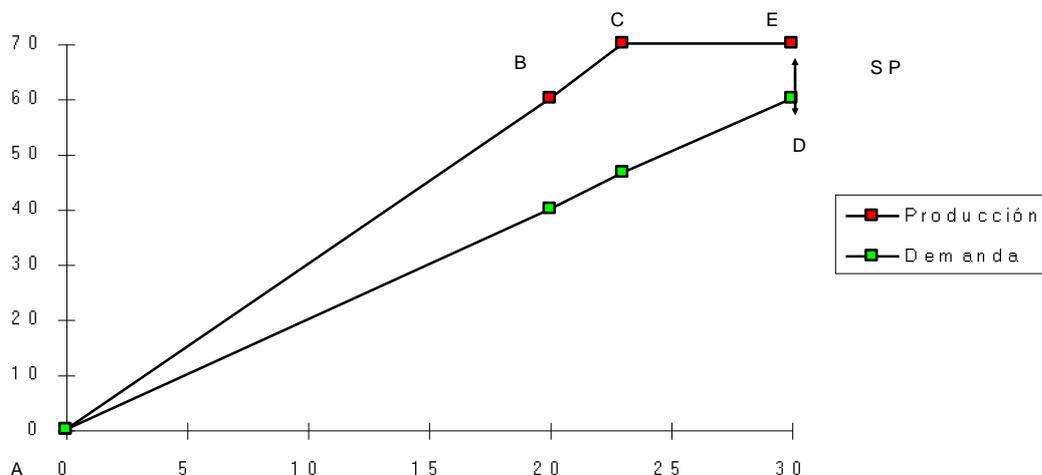
De todas maneras, y para cubrir cualquier imprevisto, resulta necesario mantener un stock de protección. Para hablar de él tendríamos que representarlo tal como se lo muestra en la figura 3, donde el stock de protección está dado por la distancia entre A y B.

Figura 3: Incorporación de Stock de Protección



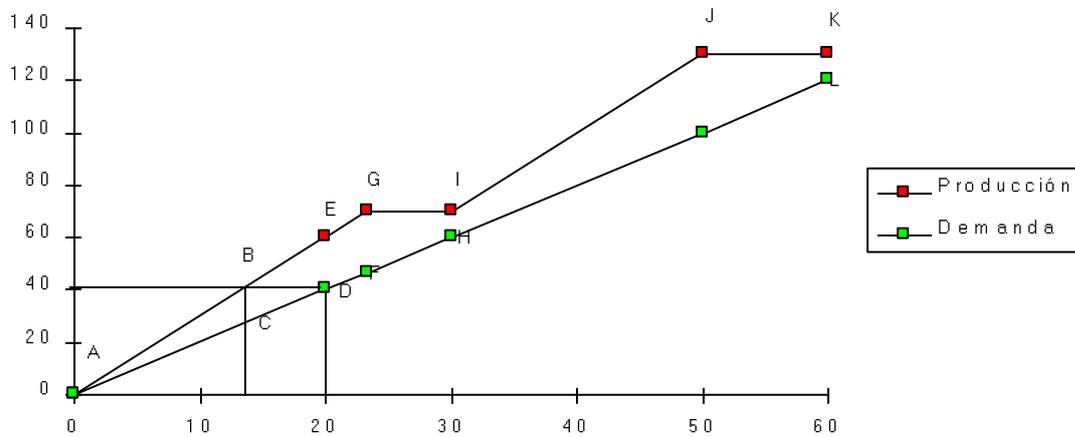
Sin embargo, la primera vez que se pone en producción el artículo en cuestión, se modificará la figura 1 como se muestra en la figura 4, de manera que en el punto B no se suspende la producción, sino que se sigue hasta llegar a E, y entonces sacar, respecto de la demanda, la distancia ED que será, a partir de allí, el stock de protección.

Figura 4: Evolución de Producción y Demanda durante el Período en que se acumula el Stock de Protección



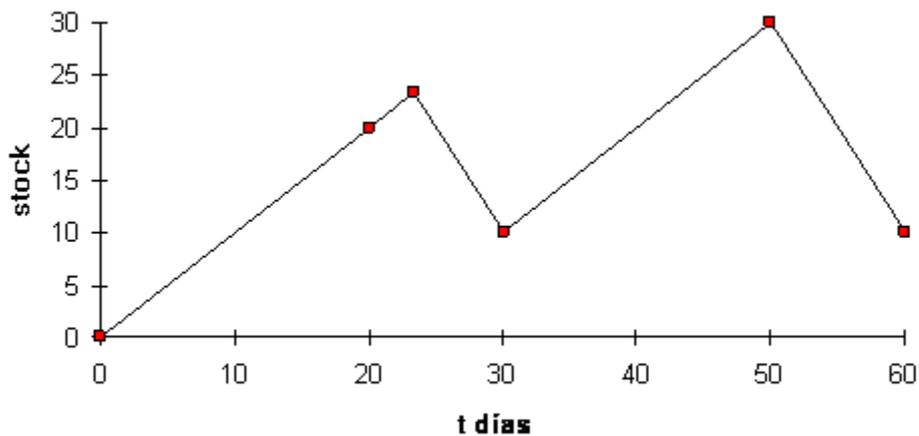
Si se desea mantener un stock de protección permanente, debe dejarse un resto para tener siempre ese excedente como colchón. Ello se muestra a nivel total en la figura 5 y a nivel de inventario en la figura 6, siempre para más de un período. Observamos en la figura 5 que, si en el punto B, no se siguiera produciendo, en el punto D se agotará el stock y la nueva producción estaría justa para cubrir la siguiente demanda. Allí, cualquier entorpecimiento en el sistema productivo dejaría demanda sin satisfacer, es por eso que se sigue produciendo hasta el punto G, ya en el segundo período y, aunque la demanda siga hasta el punto H, es allí donde todavía queda la distancia HI que es el stock de protección permanente. Se reinicia la producción, que se detiene en el punto J, hasta que la demanda va consumiendo stock para llegar al punto L, donde KL es nuevamente el stock de protección, debiéndose desde ese momento reiniciar la producción y así, sucesivamente.

Figura 5: Evolución de Producción y Demanda con Lotes Sucesivos



Vemos, simultáneamente, en la figura 6, como el stock alcanza al nivel de protección en E, sigue su incremento hasta llegar al máximo en G, donde comienza a descender por efecto de la suspensión de la producción para bajar hasta el punto I, donde se reinicia la producción, y así sucesivamente.

Figura 6: Evolución del Stock con Lotes Sucesivos



Hasta llegar a la determinación del lote óptimo debemos tener en cuenta los siguientes conceptos:

a) costo de gestión; y

b) costo de mantenimiento.

con:
$$\text{Costo de Gestión} = \frac{D}{q} \cdot Co$$

donde:

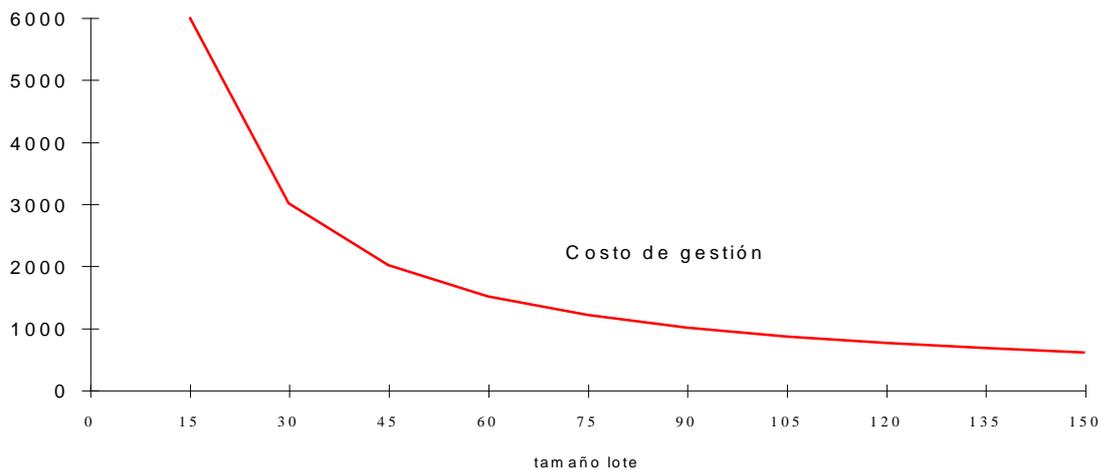
D = demanda del período

q = lote de producción

Co: costo administrativo vinculado a la producción de cada lote, costo de preparación de los equipos y otros costos (por ejemplo, traslados de materiales) cuando ellos no dependen del número de unidades del lote.

El costo de gestión se grafica tal como se muestra en la figura 7. Ello significa que, cuando mayor es el lote, menor será la incidencia de dicho costo de gestión en cada una de las unidades que componen aquel.

Figura 7



El costo de mantenimiento está a su vez integrado por

- a) el costo de almacenaje; y
- b) el costo financiero

El costo de almacenamiento es igual al nivel del stock promedio multiplicado por el costo unitario de almacenamiento, o sea:

$$\text{Costo de Almacenamiento} = \bar{S} \cdot a$$

Siendo \bar{S} : nivel promedio de stock; y

a : costo unitario de mantener unidades en el almacén. A estos efectos no se considerarán conceptos de costo que sean independientes del número de unidades (por ejemplo: alquiler del depósito).

O sea:

—
S = tiempo de producción del lote x (producción diaria - demanda diaria)

—
$$S = \frac{q}{p} \cdot (p - d) = \frac{q}{2} \left(1 - \frac{d}{p}\right)$$

(a partir del período en que ya se formó el SP)

Si bien a los efectos este cálculo se considera a partir del período en que ya se formó el stock de protección, es importante la diferenciación del primer intervalo al momento de evaluar recursos y espacios necesarios.

siendo d = demanda diaria ,y
 p = producción diaria.

El costo financiero es igual al nivel promedio de stock en unidades de producto terminado multiplicado por el costo de las unidades y por la tasa de interés, o sea

Costo Financiero = $\frac{S}{2} \cdot b \cdot i$

donde:

b = costo variable de las unidades de producto terminado
 i = es la tasa de interés

En este caso se pueden plantear dos discusiones:

- a) una de ellas referidas a si el costo de unidades es el de producción o si debe para ello tomarse el valor de venta, por cuanto mientras permanecen en stock el valor de mercado es lo que se deja de percibir. En este caso optamos por el costo pues es, entendemos, la mejor representación del esfuerzo financiero para mantenerlo.
- b) La otra, referida al nivel de i , o sea, si se considera la tasa de endeudamiento (para la hipótesis de que pueda demostrarse que se financia con capital ajeno) o la tasa del mercado (si resulta posible demostrar que se financia con capital propio que, por ello, deja de colocarse en el mercado).

En el caso de existencia de inflación deberá considerarse que se recupera valor a la tasa de inflación. Si ésta es mayor que la tasa pactada o nominal, la tasa real resultará negativa, por lo cual el lote óptimo tenderá a ser el mayor posible hasta que lo acoten las restricciones de financiación y/o espacio y/o posibilidades de abastecimiento. Una supuesta limitación en la demanda, también podría actuar como restricción.

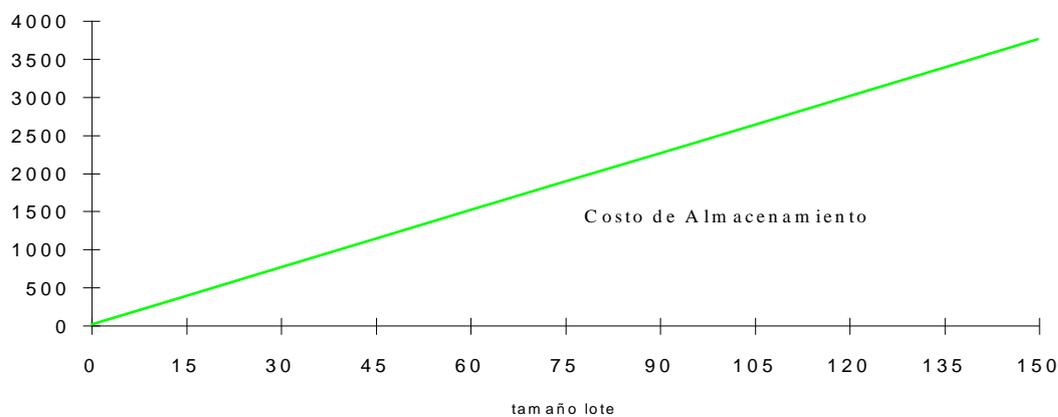
Reemplazando en las fórmulas presentadas, vemos que el costo de mantenimiento es igual

a:

$$\text{Costo mantenimiento} = \frac{S}{2} (1 - d) \cdot \frac{C. \text{ Mant. por unidad}}{p} \cdot i$$

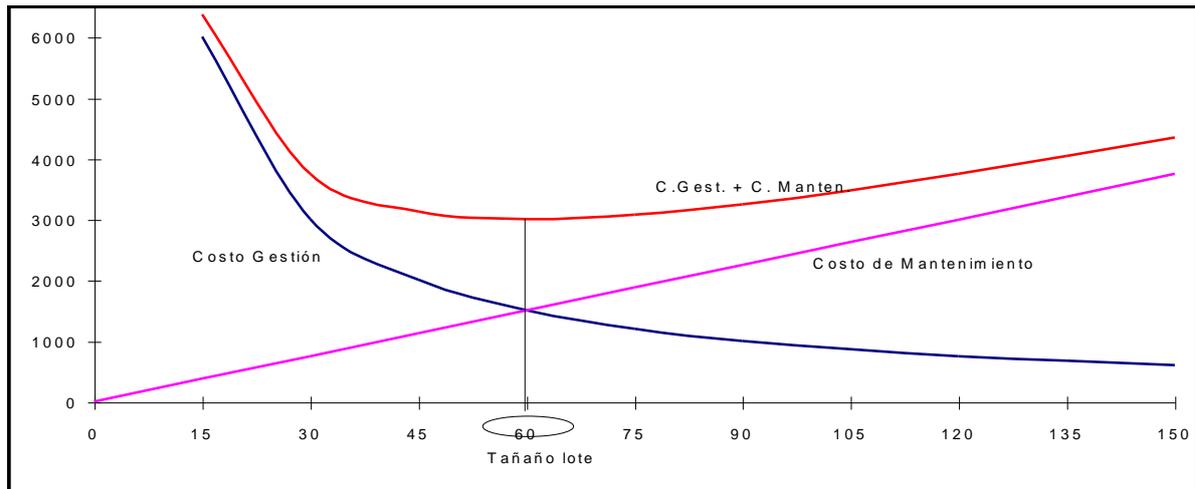
Su comportamiento se observa en la figura 8.

Figura 8



En la figura 9 se muestran simultáneamente ambas funciones (el costo de gestión y el costo de mantenimiento) y se incorpora la curva que las suma, con lo que se observa claramente que el lote más conveniente (mínimo) se produce en el punto de intersección, o sea cuando el costo de gestión iguala al costo de mantenimiento.

Figura 9



Con todo lo presentado hemos visto el costo variable, no de producción sino de operar con los inventarios. Si queremos arribar al costo total debemos sumar los costos de producción. Esto último lo expresaremos como:

$$\text{Costo de Producción} = b \cdot D$$

donde:

b = costo variable por unidad de producto y

D = demanda en el período

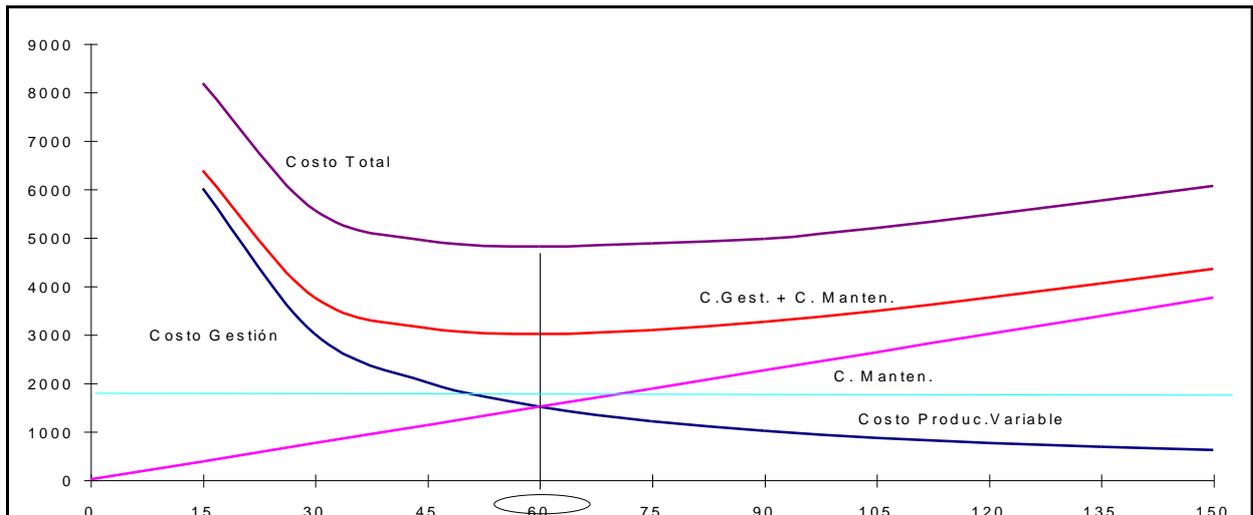
Por lo tanto armamos una fórmula que nos permita calcular el costo total según el tamaño del lote:

$$CT(q) = n^{\circ} \text{ de } \acute{o}rd. \times \text{costo orden} + \text{stock prom.} \times (c.\text{almac.} + c.\text{financiero}) + c. \text{ produc.} \times \text{Demanda}$$

O sea:

$$CT(q) = \frac{D \cdot C_o}{q} + \frac{q}{2} (1 - \frac{d}{p}) (a + b \cdot i) + b \cdot D$$

Figura 10



Tenemos que hallar analíticamente el lote que hace mínimo el costo total, y operando con los distintos términos nos queda resuelta la condición necesaria: que su derivada sea nula. O sea:

$$C T' (q) = \frac{D \cdot Co}{q^2} + \frac{1}{2} (1 - \frac{d}{p}) (d + b \cdot i) = 0$$

$$\text{de donde } q = \sqrt{\frac{2 D C_o}{(a+b \cdot i) (1- d) p}}$$

verificando que la segunda derivada sea mayor que cero, lo que resulta de:

$$C T'' (q) = \frac{D C_o}{q^3} > 0 \quad \text{ya que todos sus parámetros son positivos.}$$

Notése que en caso de mantener stock de protección la fórmula correspondiente al stock promedio se vería modificada:

de:

$$S = \frac{q}{2} (1 - \frac{d}{p})$$

a:

$$S = \frac{q}{2} (1 - \frac{d}{p}) + SP$$

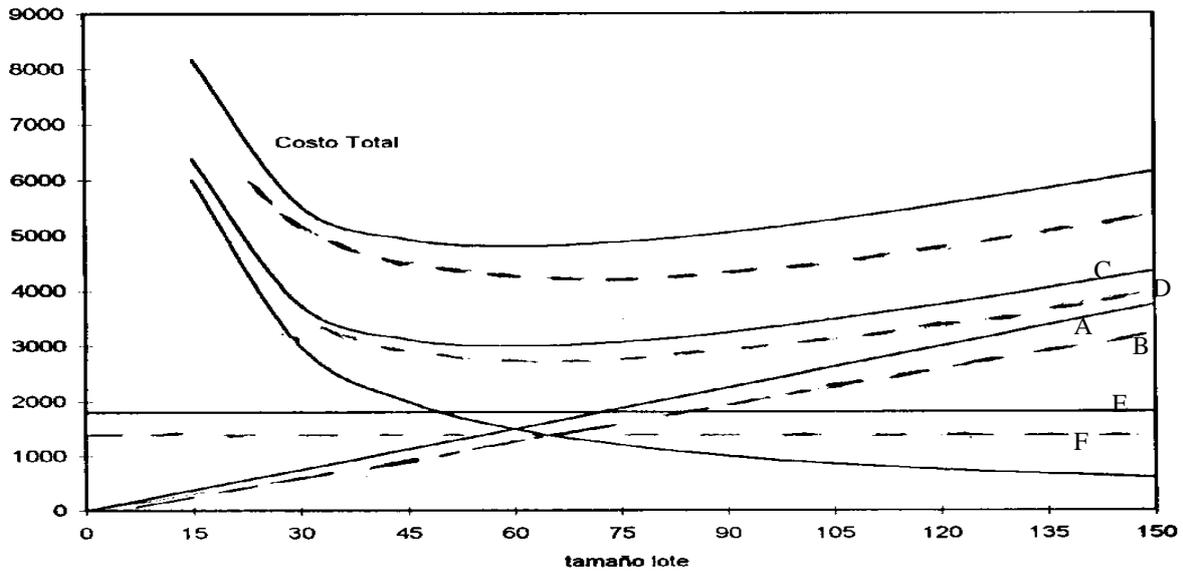
Sin embargo esto no afectaría la expresión de lote óptimo obtenido ya que al reemplazar en la fórmula de CT resulta un término independiente del tamaño de lote, y por lo tanto se anula al derivar.

3.- CASOS ESPECIALES

3.1. BONIFICACIONES

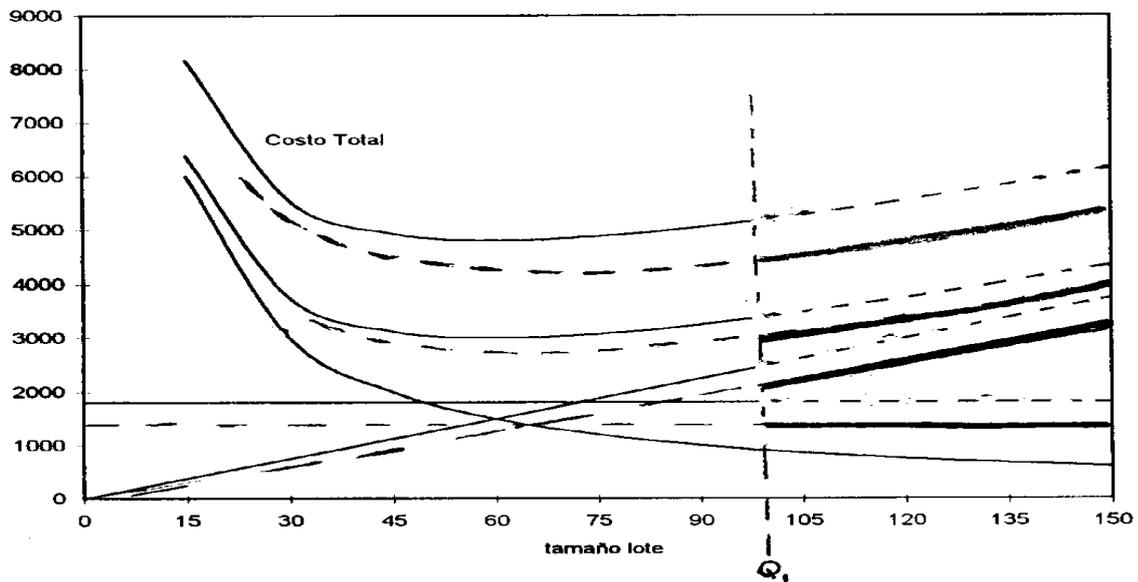
Para el supuesto de una mayor cantidad de compras de insumos, en caso que se pueda gozar de bonificaciones, entonces ello afectaría la función costo de mantenimiento, que pasaría, (figura 11) , de A a B. La modificación de la función costo de mantenimiento origina, a su vez, una modificación de la función acumulada de costo de gestión y costo de mantenimiento, pasándose de la curva C a la curva D en la figura citada. También aquí resulta preciso incorporar la curva de costo de producción atento a que, por las modificaciones anteriores, bonificaciones se traslada la curva de E a F.

Figura 11: Modificación de las funciones por efecto de la bonificación



tenigase en cuenta que el desplazamiento se produce solo en el rango a partir del punto (q_1) en que se goza de bonificación, lo que resulta en la Fig. 12.

Figura 12: Funciones de costo definidas por rangos según bonificación



En esa situación, habrá un nivel óptimo de producción para cada una de las curvas trazadas de costo total. Sin embargo considerando que en realidad esto corresponde a una única función representada por los tramos de línea continua, resulta que su valor mínimo podrá encontrarse en el tamaño de lote óptimo calculado según los distintos precios, si están dentro del rango de validez (línea continua), o en la cantidad mínima de unidades para acceder a la bonificación (q_1). Se modifica el gráfico, tal como se muestra en las figuras 13a y 13b.

Figura 13a y 13b. Distintas alternativas en la ubicación del lote óptimo

Figura 13a:

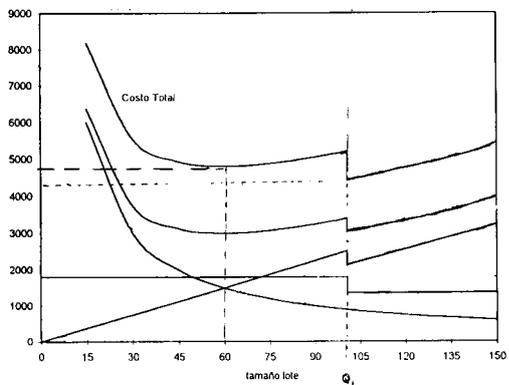
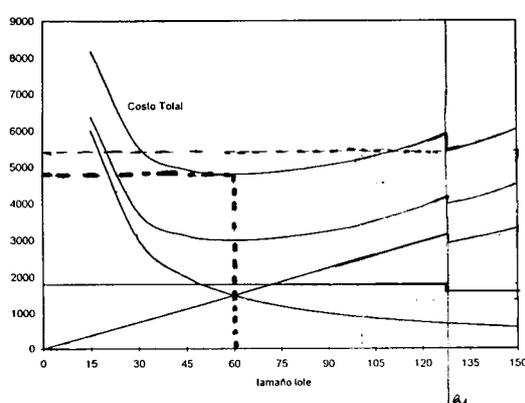


Figura 13b:



Hasta aquí se ha supuesto un sólo nivel de bonificaciones, pero también podría pensarse en más de uno a partir de distintos rangos para la adquisición de insumos. En tal caso tendremos tantos tramos de las funciones de costo de costo total como niveles de bonificación (sin bonificación, con bonificación nivel A, con bonificación nivel B, etc.). La elección del mejor entre los óptimos de cada curva se hará según el mismo criterio detallado en el punto anterior.-

Al respecto, cabe apuntar que, a medida que aumentan las bonificaciones se obtendrán curvas de menores valores de ordenada que las anteriores, pero dada la forma que toma la función de costo total puede ocurrir que, al valor mínimo del rango de validez de curva de mayor bonificación le corresponda una ordenada mayor que al punto óptimo de una curva de menor bonificación.

3.2. RESTRICCIONES PARTICULARES

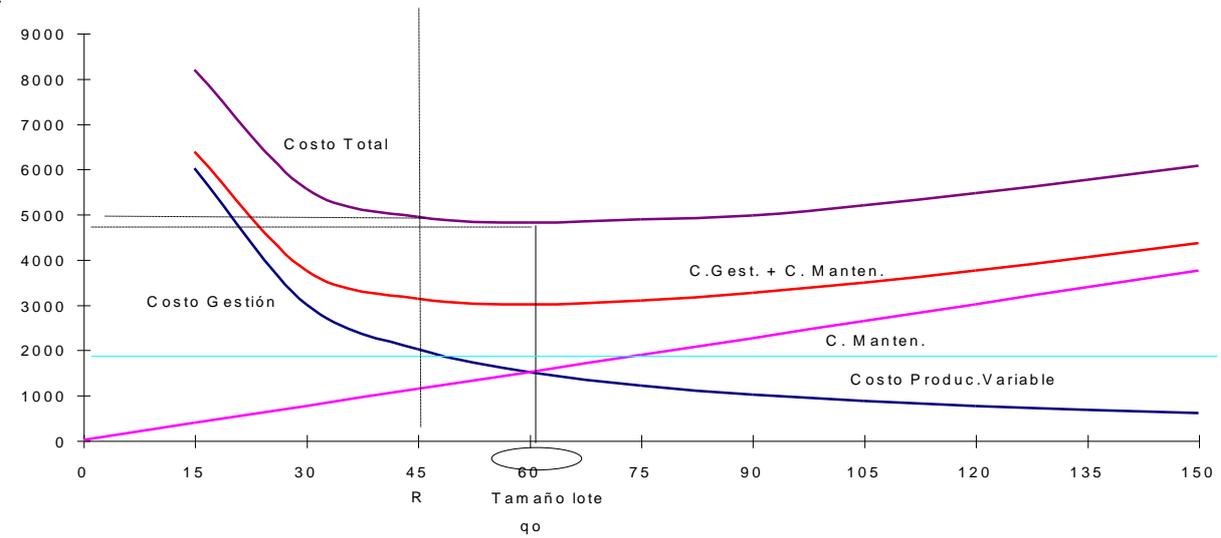
Cuando se dan restricciones respecto de la posibilidad fáctica de llegar al lote óptimo de producción, ello puede ocurrir por:

- a) Insuficiencia para soportar la financiación de los insumos requeridos por el lote óptimo;
- b) Insuficiencia de espacio para almacenar la producción cuando se alcanza el nivel máximo de inventario; y
- c) calidad de percederos de los productos elaborados, lo que hace que se requiera mayor frecuencia en la producción del mismo artículo.

Si el lote óptimo se halla más allá del nivel fijado por la restricción, será entonces necesario no ubicarse en el punto óptimo sino en el mejor posible dentro del recorrido de la curva hasta el tope de las posibilidades reales marcado por las restricciones.-

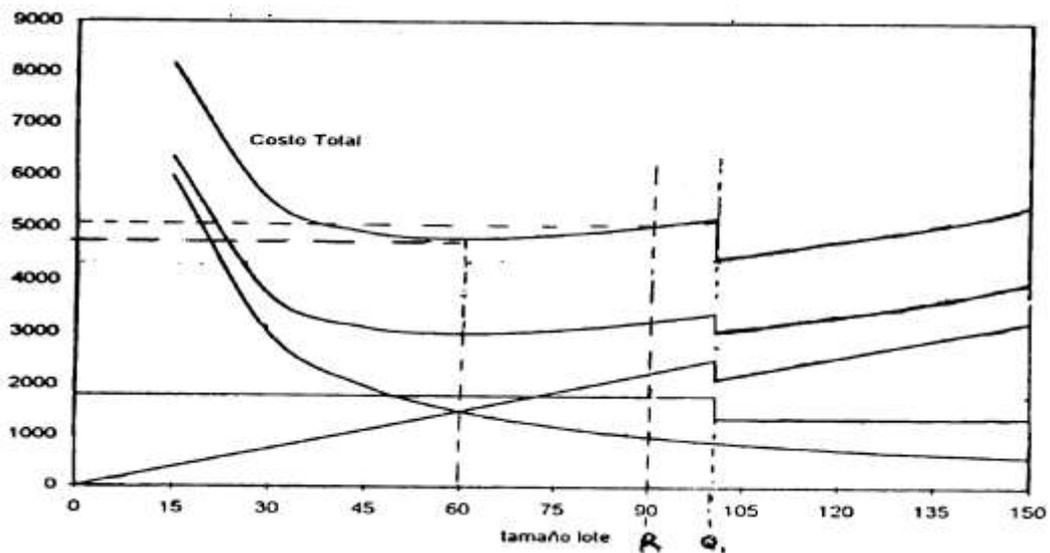
Se muestra la figura 14 la incidencia de una restricción de cualquier recurso (R) que cae antes del nivel óptimo (q_0). No tiene sentido suponer una restricción que caiga después del nivel óptimo por cuanto en tal caso no afectará a aquél.

Figura 13: Acotamiento del lote óptimo por restricción de recurso



Si se goza de bonificaciones y la restricción de espacio cae antes del nivel óptimo (q_1) entonces convendrá ubicarse en el nivel óptimo sin bonificaciones (q_0) por cuanto cualquier otra alternativa ubicada entre 0 y R, que no sea q_0 , significaría un costo mayor tal como se muestra en la figura 15.

Figura 14: restricción de espacio cuando hay bonificaciones



La restricción de espacio resulta limitante cuando

donde: r = necesidad del recurso por unidad de producto

R = disponibilidad total del recurso limitado y

S_p = stock de protección

En tal caso deberá compararse el costo de incrementar el recurso limitado con el ahorro de costo por lograr producir el lote óptimo. Para convenir ampliar debe verificarse que: $R_a < (C_x - C_p)$

donde

R_a = costo de obtener porciones adicionales del recurso

C_x = costo del mejor lote cuando existe restricción y

C_p = costo del lote óptimo

Si la restricción correspondiere a insuficiencia financiera, se puede analizar de la misma manera que lo ya visto, pero si se refiere al caso de productos perecederos, cuya vida no pueda extenderse con condiciones especiales de almacenamiento, entonces no queda posibilidad de lograr lo que teóricamente sería el lote óptimo.-

4- UN CAMINO ABIERTO

Se ha llegado a una forma de determinar el lote óptimo de producción teniendo en cuenta algunas situaciones especiales, tales como el caso de bonificaciones en los precios, en los insumos y algunas restricciones de recursos. Ello muestra una primera etapa de conclusiones y no agota el análisis quedando abierta la posibilidad de explorar nuevas alternativas.

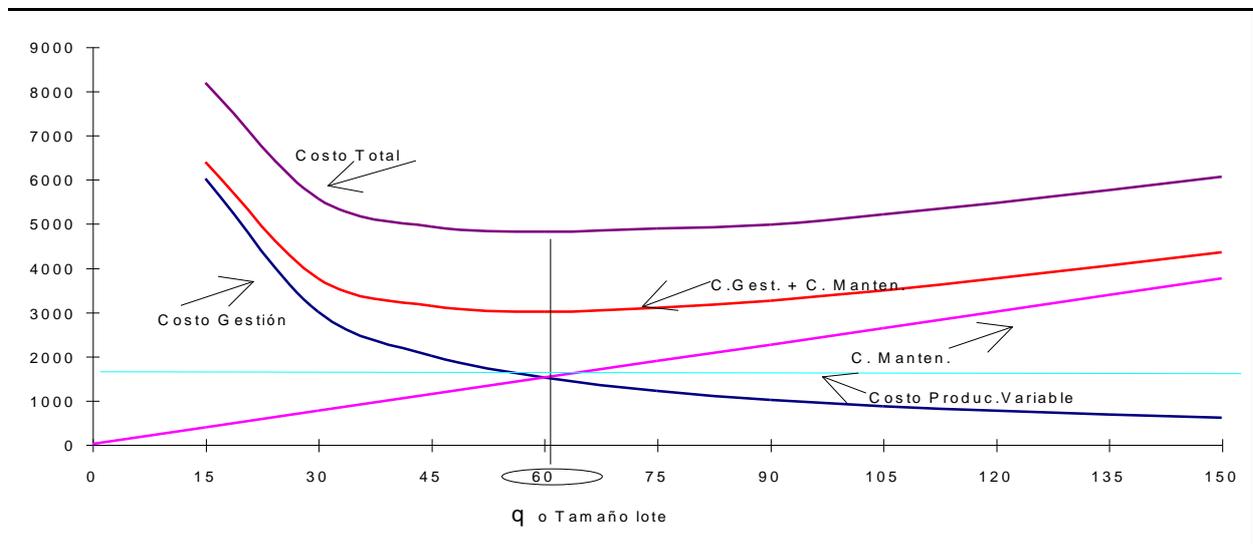
5.- UN EJEMPLO

DATOS:

b= Costo unidad	10.00
D=Deman. Período	180.00
Co=C. Administr.	500.00
a= C. Unit. Almac.	195.00
P=Capac.Produc.	240.00
d= Deman. diaria	0.50
p= Produc. Diaria	0.67
i= Tasa de Interés	0.50

POLITICA OPTIMA	
q= Lote Optimo	60
n= no. de ordenes	3
t= interv. entre ord.	120

unid. por lote	Costo Gestión	C. Almacenam.	C. Gest.+ C. Almac.	Costo Produc.	COSTO TOTAL
0		0		1800	
15	6000	375	6375	1800	8175
30	3000	750	3750	1800	5550
45	2000	1125	3125	1800	4925
60	1500	1500	3000	1800	4800
75	1200	1875	3075	1800	4875
90	1000	2194	3194	1800	4994
105	857	2559	3417	1800	5217
120	750	2925	3675	1800	5475
135	667	3291	3957	1800	5757
150	600	3656	4256	1800	6056



Queda a disposición de quienes tengan interés, un disquette conteniendo los archivos que permiten el cálculo y la graficación propuestos en el desarrollo del presente trabajo, según el ejemplo precedente.