

Gerenciamento do mix de produção em uma empresa industrial utilizando a análise de sensibilidade

Fernando Ben (UCS) - fernandb@terra.com.br

Odacir Deonísio Gracioli (UCS) - odgracio@ucs.br

Carlos Eduardo Roehé Reginatto (UCS) - cerregin@ucs.br

Resumo:

Este trabalho apresenta um modelo de decisão baseado na programação linear, envolvendo um problema de margem de contribuição com limitação na capacidade de produção e a definição do mix ótimo de produção. Este tema é relevante em função de os recursos, em virtude de diversos motivos, estarem cada vez mais escassos no ambiente empresarial. Assim, diante de uma restrição na capacidade produtiva, é imprescindível que a empresa domine ferramentas de apoio à tomada de decisão. Para tanto, foi estruturado um estudo de caso, onde foram analisados os dados em uma empresa do setor moveleiro brasileiro. Depois de analisada a margem de contribuição em função de uma restrição de matéria prima, foi estruturado um modelo na ótica da pesquisa operacional para definir o mix ideal de produção. Depois de definido o mix, foram realizadas análises de sensibilidade no modelo elaborado, explorando as análises decorrentes do relatório de respostas, do relatório de sensibilidade e do relatório de limites, identificando as principais informações oferecidas por essa ferramenta na situação apresentada. Como resultado do trabalho, ficou evidenciado que os relatórios da análise de sensibilidade produzidas pelo Excel apresentam informações relevantes para o gerenciamento de empresas moveleiras que apresentam restrições no ambiente operacional, uma vez que fica facilitado o entendimento das alterações nas restrições apresentadas no resultado da função objetivo.

Palavras-chave: *Pesquisa Operacional. Análise de Sensibilidade. Tomada de Decisão.*

Área temática: *Custos como ferramenta para o planejamento, controle e apoio a decisões*

Gerenciamento do mix de produção em uma empresa industrial utilizando a análise de sensibilidade

Resumo

Este trabalho apresenta um modelo de decisão baseado na programação linear, envolvendo um problema de margem de contribuição com limitação na capacidade de produção e a definição do mix ótimo de produção. Este tema é relevante em função de os recursos, em virtude de diversos motivos, estarem cada vez mais escassos no ambiente empresarial. Assim, diante de uma restrição na capacidade produtiva, é imprescindível que a empresa domine ferramentas de apoio à tomada de decisão. Para tanto, foi estruturado um estudo de caso, onde foram analisados os dados em uma empresa do setor moveleiro brasileiro. Depois de analisada a margem de contribuição em função de uma restrição de matéria prima, foi estruturado um modelo na ótica da pesquisa operacional para definir o mix ideal de produção. Depois de definido o mix, foram realizadas análises de sensibilidade no modelo elaborado, explorando as análises decorrentes do relatório de respostas, do relatório de sensibilidade e do relatório de limites, identificando as principais informações oferecidas por essa ferramenta na situação apresentada. Como resultado do trabalho, ficou evidenciado que os relatórios da análise de sensibilidade produzidas pelo Excel apresentam informações relevantes para o gerenciamento de empresas moveleiras que apresentam restrições no ambiente operacional, uma vez que fica facilitado o entendimento das alterações nas restrições apresentadas no resultado da função objetivo.

Palavras-chave: Pesquisa Operacional. Análise de Sensibilidade. Tomada de Decisão.

Área Temática: Custos como ferramenta para o planejamento, controle e apoio a decisões.

1 Introdução

A competitividade empresarial é fato notório para as empresas atuantes no mercado brasileiro, as quais devem basear suas ações na manufatura de classe mundial. Nesse âmbito, as empresas apresentam entre si uma competitividade acirrada em função de fatores como a diminuição no custo de produção e a escassez de recursos para desempenhar as atividades operacionais. Tal redução pode ser buscada tanto em recursos externos à empresa como na otimização das condições apresentadas no ambiente fabril.

Nesse sentido, o perfeito entendimento das variáveis internas da organização e o reflexo das alterações destas no resultado da empresa constitui-se elemento fundamental para o correto gerenciamento. Para tanto, a modelagem de situações visando a simulação de cenários possível é ferramenta relevante para auxílio na tomada de decisão.

Dentre as técnicas de modelagem matemática existentes, observa-se a pesquisa operacional como sendo de grande valia para decisões no ambiente empresarial. Para tanto, a pesquisa operacional realiza otimizações (maximizações ou minimizações) de uma ou mais variáveis desejadas (denominada função objetivo), submetido a restrições apresentadas no ambiente fabril, como a limitação na quantidade de horas-máquina ou a existência de quantidade máxima de um determinado insumo, tendo a empresa que tomar decisões precisas para que o resultado global possa ser otimizado. Posteriormente, depois de estruturado o modelo e realizadas as iterações necessárias, análises de sensibilidade podem ser realizadas, as quais visam determinar o resultado do modelo em decorrência de mudanças nas restrições

existentes, sem a necessidade de realizar novas iterações.

Assim, este trabalho apresenta como objetivo principal a estruturação de análises de sensibilidade decorrentes de um modelo de programação linear. Dessa forma, o presente trabalho apresenta em um estudo de caso realizado em uma empresa do setor moveleiro. Para tanto, foram utilizados dados secundários para a obtenção do referencial teórico acerca do tema analisado, bem como dados primários para a realização do estudo de caso. Quanto à natureza do trabalho, o mesmo é classificado como pesquisa aplicada, uma vez que objetiva gerar conhecimentos para aplicação prática de um modelo de decisão para o ambiente industrial, enfatizando nos aspectos econômicos integrados de tal gestão, dirigidos à solução de problemas específicos, envolvendo verdades e interesses locais. Já do ponto de vista da forma de abordagem do problema, este trabalho apresenta características qualitativas, analisando práticas adotadas nas empresas e demais evidências desse tipo; e características quantitativas, interpretando fenômenos e atribuindo significado ao ambiente natural como fonte de dados, permitindo a análise e interpretação. Em se tratando dos objetivos do trabalho, o mesmo pode ser classificado como de caráter exploratório, visto que envolve levantamento bibliográfico, entrevistas com pessoas que tiveram experiências práticas com o problema pesquisado e análise de exemplos que estimulam a compreensão. Quanto aos procedimentos técnicos, este trabalho se classifica como (i) bibliográfico, por ter sido baseada em material já publicado, constituído de livros, artigos de periódicos e materiais disponibilizados na internet, (ii) levantamento, por envolver a interrogação direta de pessoas durante o estudo de caso proposto para avaliar a implantação e manutenção das ferramentas estruturadas no modelo a ser apresentado neste artigo (iii) estudo de caso, por realizar dois estudos de caso abordando a aplicação do modelo estruturado em uma empresa.

2 Pesquisa Operacional

Conforme Corrar e Theóphilo (2004), a programação linear foi desenvolvida conceitualmente após a segunda guerra mundial, pelo soviético Kolmogorov, com o objetivo de resolver problemas de logística militares. A primeira aplicação de PL foi feita em 1945, por Stigler em um problema referente à composição de uma mistura.

De acordo com Bazaraa e Jaarvis (2005), a programação linear lida com problemas de maximização ou minimização de uma função linear na presença de inequações lineares. Desde o desenvolvimento do método simplex por George B. Dantzig, em 1947, a programação linear tem sido amplamente utilizada nas áreas militar, industrial e no planejamento governamental e urbano, entre outros. Os autores ponderam ainda que o método simplex de programação linear apresenta grande aceitação devido à sua capacidade para modelar problemas de gestão importantes e complexos, além de apresentar capacidade para a produção de soluções em uma quantidade razoável de tempo.

Conforme Corrar e Theóphilo (2004), diversas decisões tomadas no dia a dia das empresas dizem respeito a qual combinação de recursos produz o resultado ótimo, como: Qual deve ser o mix de produtos a serem fabricados de forma a atingir a maior margem de contribuição? Qual a combinação de investimentos que maximiza o retorno de uma carteira? Qual combinação de insumos em uma mistura corresponde ao custo mínimo? Assim, a programação linear é um dos mais importantes instrumentos da pesquisa operacional – área do conhecimento que fornece um conjunto de procedimentos voltados para tratar problemas que envolvem a escassez de recursos. Os autores ponderam ainda que são passíveis de solução com o emprego de programação linear os problemas nos quais se busca a melhor alocação de recursos, de forma a atingir determinado objetivo de otimização, atendendo a determinadas restrições. Essas limitações podem referir-se ao montante ou à forma de distribuição de recursos. Segundo Andrade (2002), um estudo de pesquisa operacional consiste, basicamente,

na construção de um modelo para um sistema real que sirva como instrumento de análise e compreensão do comportamento desse sistema, com o objetivo de levar o sistema a apresentar o desempenho desejado.

Colin (2007) apresenta que a programação linear trata do problema de alocação ótima de recursos escassos para a realização de atividades. O autor pondera que ótimo é o estágio que não haja outra solução que seja melhor do que a oferecida (podem haver outras alternativas tão boas quanto). Os recursos escassos representam a existência finita de recursos, por mais abundantes que sejam. As atividades se relacionam com algum interesse que tenhamos na fabricação de produtos, etc.

Conforme Moreira (2007), um problema típico de programação linear apresenta duas grandes partes: uma expressão que se quer maximizar ou minimizar, chamada função objetivo. Nessa expressão surgem as variáveis fundamentais cuja quantidade será a solução do problema. Essas variáveis são chamadas de variáveis de decisão; e outra parte com um certo número de restrições, expressa na forma de equações ou inequações matemáticas, que aparecem e são assim formuladas devido à configuração dos próprios dados do problema. Essas restrições representam, dependendo do caso, limitações da situação real, como escassez de recursos, limitações legais, etc.

Colin (2007) pondera que, nas aplicações reais, o número de equações e variáveis dos modelos de programação linear cresce rapidamente, de modo que fica muito difícil a solução manual. Nesse sentido, os softwares de baixa complexidade em geral são utilizados de maneira mais intensiva e dedicadas, nas quais as rotinas, saídas e introdução de dados são em grande medida feitas de forma automática (computacional). O usuário desse tipo de sistema recebe as saídas do modelo e as utiliza para tomar as melhores decisões possíveis. Complementando essa lógica, Lachtermacher (2009) apresenta a existência de vários softwares capazes de operacionalizar a lógica da pesquisa operacional, como o Lingo e o Excel. O autor pondera ainda que, dentre as ferramentas que vêm ganhando cada vez mais adeptos, as planilhas eletrônicas são as preferidas, pois, além da facilidade de utilização, estão presentes em praticamente todas as empresas modernas. Assim, com a utilização do suplemento Solver presente na planilha Excel, as análises de pesquisa operacional podem ser realizadas.

Para estruturar um modelo matemático para ser resolvido através da programação linear, é necessário definir três elementos fundamentais. O primeiro destes são as variáveis de decisão, as quais segundo Corrar e Theóphilo (2004) referem-se às decisões a serem tomadas, visando encontrar a solução do problema. O segundo elemento a ser definido é a função objetivo, a qual é uma expressão matemática por meio da qual relacionamos as variáveis de decisão e o objetivo a ser atingido. As restrições são o terceiro elemento fundamental dos problemas de PL, sendo limitações impostas sobre os possíveis valores que podem ser assumidos pelas variáveis de decisão.

Depois de modelado o problema, inseridos os dados na planilha eletrônica e realizada a otimização utilizando o Solver, podem ser realizadas análises de sensibilidade no modelo já otimizado, com base nos relatórios apresentados na sequência.

3 Análise de Sensibilidade

Corrar e Theóphilo (2004) apresentam que a análise de sensibilidade amplia a solução estática da programação linear, permitindo incorporar à resposta considerações sobre eventuais alterações nas condições do problema, dentro de intervalos definidos.

Segundo Lachtermacher (2009), uma das hipóteses dos problemas de programação linear é a hipótese de certeza sobre os valores dos coeficientes da função objetivo e das constantes das restrições. Para amenizar essa hipótese, realizamos uma análise de pós-

otimização verificando as possíveis variações, para cima e para baixo, dos valores dos coeficientes da função objetivo, dos coeficientes e das constantes das restrições, sem que a solução ótima seja alterada. Esse estudo é denominado análise de sensibilidade.

Conforme Colin (2007), o termo análise de sensibilidade está associado a análises relacionadas com variações em parâmetros quantitativos. No caso da programação linear, a análise de sensibilidade está relacionada com a análise dos efeitos ocasionados no modelo caso seus parâmetros mudem. Conforme o autor, depois do algoritmo simplex e da solução oferecida por ele, a análise de sensibilidade é provavelmente o que existe de mais importante na programação linear. Ela é fundamental quando o tomador de decisão está interessado em avaliar como mudanças no modelo (e o mundo real que ele representa) podem afetar a solução.

Colin (2007) apresenta que, no caso da programação linear, a análise de sensibilidade está relacionada com a análise dos efeitos ocasionados no modelo caso seus parâmetros mudem. Depois do algoritmo simplex e da solução oferecida por ele, a análise de sensibilidade é provavelmente o que existe de mais importante na programação linear. Ela é fundamental quando o tomador de decisão está interessado em avaliar como mudanças no modelo (e no mundo real que ele representa) podem afetar a solução. Lachtermacher (2009) evidencia que existem dois tipos básicos de análise de sensibilidade. O primeiro estabelece limites inferiores e superiores para todos os coeficientes da função-objetivo e para as constantes das restrições. O segundo verifica se mais de uma mudança simultânea em um problema altera a sua solução ótima.

No âmbito da análise de sensibilidade, Colin (2007) define custo reduzido evidenciando que, para uma variável não básica (cujo valor é zero). Nesse sentido, o custo reduzido é a quantidade pela qual o valor do coeficiente da função-objetivo precisa ser melhorado para que a variável passe a ser básica (tem um valor diferente de zero) na solução ótima. Matematicamente, para x_j uma variável não básica, o custo reduzido é definido por $-r_j$. Caso c_j passe a ser $c_j + r_j$, então x_j passa a ser uma variável básica. A definição considera que não haja nenhuma outra alteração nas variáveis e parâmetros da solução ótima. Lachtermacher (2009) complementa que existem duas interpretações básicas para o custo reduzido: a quantidade que o coeficiente da função-objetivo de uma variável original deve melhorar antes de essa variável se tornar básica; ou a penalização que deverá ser paga para tornar uma variável básica. Outro conceito relevante é o do intervalo de otimalidade, que é o intervalo (acréscimo mais decréscimo permissível) em que o coeficiente da função-objetivo pode estar sem que a solução básica mude. A definição considera que não haja nenhuma outra alteração nas variáveis e parâmetros da solução ótima. Por sua vez, Taha (2007) pondera que a análise de múltiplas alternativas de investimentos com restrição pré-definidas, geralmente a restrição orçamentária, pode ser feita através de modelos de programação matemática.

3.1 Relatório de Respostas

Conforme Lachtermacher (2009), esse relatório é o de mais simples compreensão. A primeira parte, denominada célula de destino (*target cell*), indica o tipo de problema de otimização tratado (maximização ou minimização) e o valor inicial e final da função objetivo, antes e depois da otimização, bem como a célula que foi utilizada para representa-la.

A segunda parte do relatório é relativa às variáveis de decisão ou células variáveis (*adjustable cells*).

A terceira parte do relatório de respostas diz respeito às restrições. A coluna célula (*cells*) indica as células utilizadas para representar o lado esquerdo (*left hand side – LHS*) de cada uma das restrições. A coluna de valor da célula (*cell value*) indica o valor do LHS de cada uma das restrições após as otimizações.

3.2 Relatório de Sensibilidade

Ao apresentar o relatório de sensibilidade, Lachtermacher (2009) evidencia que o mesmo está dividido em duas partes. A primeira refere-se às mudanças que podem ocorrer nos coeficientes das variáveis de decisão da função objetivo. A outra parte mostra as possíveis alterações que as constantes das restrições podem sofrer. Neste relatório, alguns conceitos importantes necessitam ser analisados.

3.2.1 Preço Sombra (*shadow price*)

Conforme Lachtermacher (2009), o preço sombra representa a quantidade pela qual a função objetivo é alterada, dado um incremento de uma unidade na constante da restrição, assumindo que todos os outros coeficientes e constantes permaneçam inalterados. Corrar e Theóphilo (2004) complementam argumentando que esse campo indica quanto se deixa de ganhar por não se dispor de mais uma unidade de determinada variável restritiva.

O Excel reporta o valor do preço sombra como um valor positivo, zero ou negativo. Se o preço sombra for positivo, um incremento de uma unidade na constante da restrição resultará em um aumento do valor da função objetivo. Se o preço sombra for negativo, um incremento de uma unidade na constante de restrição resultará na diminuição do valor da função objetivo. Entretanto, o valor do preço sombra permanecerá constante desde que o valor da constante permaneça no intervalo descrito pelas colunas de “permissível acréscimo” e “permissível decréscimo” (*allowable increase* e *allowable decrease*).

3.2.2 Custo Reduzido (*reduced cost*)

Lachtermacher (2009) apresenta o custo reduzido como sendo a quantidade que o coeficiente da função objetivo de uma variável original deve melhorar antes dessa variável se tornar básica. Conforme Corrar e Theóplilo (2004), os valores contidos nesse campo indicam qual o reflexo provocado na função objetivo pela opção por alternativas diferentes da indicada na solução ótima. Como se observa, o custo reduzido pode ser entendido como um “custo de oportunidade”, isto é, mostra quanto se está deixando de ganhar (ou perder) por desprezar determinada alternativa.

Destaca-se que o custo reduzido é zero para as variáveis que fazem parte da solução ótima. O custo reduzido assume outros valores caso a solução ótima indicasse que a empresa deveria produzir apenas um determinado produto. Nesse caso, este campo indicaria quanto seria alterado na função objetivo a cada unidade deste produto que a empresa viesse a produzir.

Como os valores do custo reduzido estão ligados aos coeficientes da função objetivo, as colunas “permissível acréscimo” e “permissível decréscimo” dos coeficientes formam um intervalo no qual podem sofrer alterações (desde que apenas um dos coeficientes se altere de cada vez) sem que a solução ótima seja alterada.

3.3 Relatório de Limites

Lachtermacher (2009) apresenta que o relatório de limites apresenta duas partes: a primeira, na parte superior, relativa à função objetivo, e a outra, na parte inferior, relativa às variáveis de decisão.

A parte superior é de interpretação direta e apresenta a célula utilizada para representar a função objetivo e o seu valor na solução ótima. Na parte inferior, são apresentados o limite inferior e o limite superior, os quais são as variações possíveis dos valores das variáveis de decisão e da função objetivo.

4 Estudo de caso

Para aplicar os conceitos apresentados neste artigo, foi realizado um estudo de caso em uma empresa do ramo moveleiro. A referida empresa apresenta diversos produtos em seu mix, todos eles utilizando madeira como a matéria prima principal.

Em função de problemas relacionados ao fornecimento de madeira em um mês, a empresa necessita determinar o mix ideal de produção para otimizar o resultado ao utilizar a madeira disponível para a produção naquele período.

Apesar de possuir quase 50 produtos no mix de vendas, o presente estudo é realizado envolvendo três produtos: Mesa 4 lugares, Mesa 6 lugares e Cadeiras. A escolha destes produtos se justifica em função de os mesmos representarem 82,4% do faturamento da empresa.

Inicialmente, devem ser apuradas as margens de contribuição de cada produto analisado, conforme dados apresentados na Figura 1. Pela análise do mesmo, o produto mais rentável é a Mesa 6 lugares, em função de apresentar a maior margem de contribuição unitária. Se todos os recursos estivessem disponíveis para a produção, a simples análise da margem de contribuição indicaria o produto mais rentável a ser produzido. Entretanto, no mês analisado, os fornecedores de madeira sinalizaram para uma falta neste insumo, podendo a empresa contar com apenas 160 m³ de madeira para a elaboração de seus produtos. Em situações como essa, conforme sugerido por Martins (2010), deve ser analisada a margem de contribuição em função de uma limitação da capacidade de produção, a qual, neste caso, é a madeira utilizada na elaboração de cada produto. Assim, igualmente na Figura 1 é apresentada a margem de contribuição por m³ de cada produto, indicando, assim, que ainda a Mesa 6 lugares é o produto mais rentável (considerando a matéria prima utilizada em cada produto).

Como um limitador existente, observa-se inicialmente a demanda do mercado para cada tipo de produto, a qual indica que a quantidade a ser produzida de cada tipo de produto deve ser menor ou igual à demanda apresentada para cada tipo de produto. Contudo, ao analisar a demanda apresentada na Figura 1 para cada tipo de produto, observa-se que não existe matéria prima disponível para a produção de todo o mix para atendimento ao mercado, tendo a empresa que selecionar produtos para a produção e posterior comercialização, considerando a disponibilidade de matéria prima, apresentando-se assim um outro limitador para o modelo.

Dessa maneira, um modelo matemático baseado na pesquisa operacional foi estruturado. Para tanto, foi tomado como base a realidade da empresa utilizada neste estudo de caso, a qual deseja determinar a quantidade de Mesas 4 lugares, Mesas 6 lugares e cadeiras a serem produzidas, visando maximizar a margem de contribuição total da empresa. Além disso, foram estruturadas as restrições deste modelo, as quais consideram as limitações apresentadas com relação à demanda, à quantidade de matéria prima existente para elaborar os produtos e a relação existente entre a necessidade de produção de cadeiras com a quantidade ótima de produção e mesas dos dois tipos. Com isso, a função objetivo e as restrições conforme apresentado na sequência:

Função Objetivo

$$\text{Max } 81 M_4 + 148,5 M_6 + 41,5 C \quad (1)$$

Restrições

$$0,12 M_4 + 0,2 M_6 + 0,07 C \leq 160 \quad (2)$$

$$M_4 \leq 300 \quad (3)$$

$$M_6 \leq 170 \quad (4)$$

$$C = 4M_4 + 6M_6 \quad (5)$$

As variáveis apresentadas neste modelo são identificadas conforme segue:

- C = Quantidade de cadeiras produzidas
- M_4 = Quantidade de mesas de 4 lugares produzidas
- M_6 = Quantidade de mesas de 6 lugares produzidas

Observa-se inicialmente que a função objetivo apresentada na Equação (1) apresenta uma maximização da margem de contribuição total da empresa, considerando as margens unitárias e a quantidade a ser produzida de cada tipo de produto. A Equação (2) representa o consumo de madeira na elaboração dos produtos analisados, o qual deve ser menor do que a disponibilidade de madeira existente. A Equação (3) apresenta a restrição que a quantidade de mesas de 4 lugares deve ser menor do que a demanda para este produto. De maneira análoga, a Equação (4) a restrição que a quantidade de mesas de 6 lugares também deve ser menor do que a demanda apresentada para este produto. Finalmente, a Equação (5) evidencia que a quantidade produzida do produto cadeira deve ser proporcional à quantidade de mesas (de cada tipo) produzidas, e a respectiva necessidade de cadeiras para cada tipo de mesa correspondente.

Depois de modelado o problema, o mesmo foi inserido em uma planilha eletrônica. Para tanto, foi utilizado o Excel 2010, onde foram inseridos os dados do problema, conforme apresentado na Figura 1. Nas células E1:E4 foram determinadas a margem de contribuição de cada produto. Posteriormente, nas células G1:G4 foi determinada a margem de contribuição por m³ de madeira utilizada, em cada um dos produtos analisados.

Nas células C8:C11 foram determinadas as necessidades de consumo de madeira para produzir cada produto elaborado. Por sua vez, nas células D8:D11 estão apresentadas a margem de contribuição de cada produto elaborado. As células F8:F9 apresentam a demanda por cada tipo de produto. Finalmente, a célula G8 evidencia a quantidade de matéria prima disponível para a elaboração dos produtos. Depois de modelado o problema, utilizando o Solver, foram definidas as células variáveis (B8:B9 – produção de Mesa 4 lugares e de Mesa 6 lugares), a função objetivo (maximizar D12 – margem de contribuição total) e as restrições do modelo, conforme apresentadas anteriormente. Ressalta-se que a quantidade de cadeiras não foi utilizada nas células variáveis, pois, conforme apresentado na Equação 5, o número de cadeiras é obtido através de uma relação direta do número de mesas de cada tipo produzidas. Depois de realizada a modelagem e a otimização, a Figura 1 apresenta a tela do Excel

contendo os resultados obtidos.

	A	B	C	D	E	F	G
1	PRODUTO	Preço Venda	Custo Variável	Despesa Variável	Margem Contrib	m ³ madeira / unidade	MC / m ³
2	Mesa 4 lug	R\$ 140,00	R\$ 45,00	R\$ 14,00	R\$ 81,00	0,12	R\$ 675,00
3	Mesa 6 lug	R\$ 235,00	R\$ 63,00	R\$ 23,50	R\$ 148,50	0,20	R\$ 742,50
4	Cadeira	R\$ 85,00	R\$ 35,00	R\$ 8,50	R\$ 41,50	0,07	R\$ 592,86
5							
6							
7	PRODUTO	PRODUÇÃO	m ³ de madeira	Margem Contrib.		Demanda	m ³ madeira disponível
8	Mesa 4 lug	300	36	R\$ 24.300,00	Mesa 4 lug	300	160
9	Mesa 6 lug	65	12,90322581	R\$ 9.580,65	Mesa 6 lug	170	
10	Cadeira	1.200	84	R\$ 178.200,00			
11	Cadeira	387	27,09677419	R\$ 16.064,52			
12			160	R\$ 228.145,16			
13							
14							
15							
16							

Figura 1 – Modelagem do problema em Excel

Pela análise dos resultados, inicialmente observa-se que o modelo indica a quantidade máxima de Mesas 4 lugares a ser produzida é de 300 unidades, além de 65 Mesas 6 lugares. Destaca-se que a quantidade de cadeiras a ser produzida é diretamente proporcional à quantidade de mesas de cada tipo. Ressalta-se que, para a quantidade de produtos apresentada como ótima para ser produzida, toda a matéria prima disponível (160 m³) será utilizada. Observa-se ainda que o mix ótimo de produção indica atender toda a demanda do produto Mesa 4 lugares, não atendendo entretanto toda a demanda apresentada nas Mesas 6 lugares. Em decorrência disso, a função objetivo demonstra que a margem de contribuição total máxima, em função do mix de produtos definido, é de R\$ 228.145,16.

Depois de obtidos os resultados do modelo matemático através do Solver, podem ser analisados os relatórios de análise apresentados pelo sistema.

4.1 Análise do Relatório de Respostas

O relatório de respostas é o primeiro relatório oferecido pelo modelo apresentado. A Figura 2 apresenta o relatório de respostas do modelo estruturado neste estudo.

Microsoft Excel 14.0 Relatório de Respostas					
Planilha: [ANÁLISE SENSIBILIDADE.xlsx]DEFINIÇÃO MIX					
Relatório Criado: 19/07/2011 07:19:50					
Resultado: O Solver encontrou uma solução. Todas as Restrições e condições de adequação foram satisfeitas.					
Mecanismo do Solver					
Mecanismo: LP Simplex					
Tempo da Solução: 0,016 Segundos.					
Iterações: 2 Subproblemas: 0					
Opções do Solver					
Tempo Máx. Ilimitado, Iterações Ilimitado, Precisão 0,000001, Usar Escala Automática					
Subproblemas Máx. Ilimitado, Soluç. Máx. Núm. Inteiro Ilimitado, Tolerância de Número Inteiro 1%, Assumir Não Negativo					
Célula do Objetivo (Máx.)					
Célula	Nome	Valor Original	Valor Final		
\$D\$12	Margem Contrib.	R\$ 1.072,50	R\$ 228.145,16		
Células Variáveis					
Célula	Nome	Valor Original	Valor Final	Número Inteiro	
\$B\$8	Mesa 4 lug PRODUÇÃO	1	300	Conting.	
\$B\$9	Mesa 6 lug PRODUÇÃO	1	65	Conting.	
Restrições					
Célula	Nome	Valor da Célula	Fórmula	Status	Margem de Atraso
\$C\$12	m3 de madeira	160	\$C\$12<=\$G\$8	Associação	0
\$B\$8	Mesa 4 lug PRODUÇÃO	300	\$B\$8<=\$F\$8	Associação	0
\$B\$9	Mesa 6 lug PRODUÇÃO	65	\$B\$9<=\$F\$9	Não-associação	105,483871

Figura 2 – Relatório de respostas

O primeiro grupo apresentado neste relatório evidencia dados sobre a célula da função objetivo. Neste, fica evidenciado que o modelo maximizou a margem de contribuição total dos produtos, apresentado na célula D12 do modelo. Adicionalmente, observa-se a informação do valor original da MCt (antes da otimização) e o valor final da mesma (depois de realizada a otimização). Assim, o maior valor possível de margem de contribuição, considerando as restrições apresentadas, é de R\$ 228.145,16.

O segundo grupo de análise do relatório de respostas refere-se às células variáveis do modelo. Neste caso, fica evidenciado que as variações apresentadas foram nas quantidades de produção do produto “Mesa 4 lugares” (célula B8) e do produto “Mesa 6 lugares” (célula B9). A identificação do valor inicial destas células (antes da otimização) e do valor final das mesmas (depois da otimização) igualmente é observado. Nesse caso, o valor final indica a quantidade ótima de cada produto a ser produzido, visando maximizar a margem de contribuição total do pedido, considerando a restrição de matéria prima apresentada.

Finalmente, o terceiro grupo de análise do relatório de respostas apresenta análises referentes às restrições observadas no modelo estruturado. Nesse caso, observa-se que as restrições consideradas foram a quantidade de madeira disponível (representada pelos m³ de madeira à disposição apresentado na célula C12), a quantidade de produtos elaborados da Mesa 4 lugares (célula B8) e da Mesa 6 lugares (célula B9), em função da demanda apresentada por tais produtos. No modelo apresentado, destaca-se que a quantidade de produção de cadeiras foi determinada em função direta da quantidade de produção necessária para a Mesa 4 lugares (demandando 4 cadeiras) e da Mesa 6 lugares (demandando consequentemente 6 cadeiras). No campo “Valor da Célula” apresentado é observado o valor otimizado dos mesmos. Com relação à restrição de madeira, observa-se a limitação de 160 m³ de madeira disponível, onde a fórmula considerada no modelo indica que a quantidade de

matéria prima utilizada (célula C12) deve ser menor ou igual à quantidade de madeira disponível (célula G8). A expressão “Associação” apresentada indica que a restrição foi plenamente satisfeita (toda a madeira disponível foi utilizada no modelo), não apresentando, portanto, margem de atraso. Situação similar é observada na análise da restrição “Mesa 4 lugares”. O relatório aponta a associação entre as variáveis de restrição apresentadas no modelo (toda a quantidade de mesas demandadas pelo mercado foram consideradas para produção). Contudo, situação distinta é observada na análise do produto “Mesa 6 lugares”. A expressão “Não-associação” indica que nem todas as unidades demandadas pelo mercado foram consideradas para produção. Analogamente, o campo “Margem de Atraso” indica que não foram consideradas para produção 105 produtos, em função da otimização realizada considerando as restrições apresentadas.

4.2 Análise do Relatório de Sensibilidade

Através do relatório de sensibilidade oferecido pelo modelo, inúmeras análises relevantes podem ser obtidas. A Figura 3 apresenta o relatório de sensibilidade do modelo em questão.

Microsoft Excel 14.0 Relatório de Sensibilidade						
Planilha: [ANÁLISE SENSIBILIDADE.xlsx]DEFINIÇÃO MIX						
Relatório Criado: 19/07/2011 07:19:50						
Células Variáveis						
Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objetivo Coeficiente	Permitido Aumentar	Permitido Reduzir
§B\$8	Mesa 4 lug PRODUÇÃO	300	418,5483871	675	1E+30	418,5483871
§B\$9	Mesa 6 lug PRODUÇÃO	64,51612903	0	397,5	648,75	397,5
Restrições						
Célula	Nome	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lateral R.H.	Permitido Aumentar	Permitido Reduzir
§C\$12	m3 de madeira	160	641,1290323	160	65,4	40

Figura 3 – Relatório de sensibilidade

Ao analisar os dados apresentados na figura anterior, observa-se a divisão do relatório em duas partes distintas: a análise de sensibilidade nas células variáveis e a análise de sensibilidade nas restrições.

Inicialmente explorando as informações contidas no campo das células variáveis, as mesmas indicam as mudanças possíveis nos coeficientes das variáveis de decisão (neste modelo, as Mesas 4 lugares e as Mesas 6 lugares). Em cada uma das duas variáveis analisadas, uma vez que no modelo estruturado a produção de cadeiras é uma relação direta com o número de mesas produzidas de cada tipo, observa-se inicialmente o valor final de cada variável, representando a quantidade de cada produto indicada para produção, atendendo às restrições apresentadas. No modelo estruturado, restou indicado para serem produzidas 300 Mesas 4 lugares e ainda 65 Mesas 6 lugares.

No campo “Custo Reduzido”, observa-se a existência de valor de 418,55 referente ao produto Mesa 4 lugares. Este valor indica a penalização que deverá ser paga para que essa

variável passe a se tornar básica. Assim, fica evidenciado que, como o valor do custo reduzido para a Mesa 4 lugares apresenta-se diferente de zero, tal fato indica que a empresa poderá produzir apenas o produto Mesa 6 lugares. Observa-se que o campo “Coeficiente Objetivo” apresenta o valor de 675, o que equivale ao valor da margem de contribuição por m^3 da Mesa 4 lugares apresentado na Figura 1. Tal fato indica que, a cada unidade do produto Mesa 4 lugares produzida além das 300 unidades apresentadas como ótima no modelo estruturado, provocará um acréscimo de R\$ 675,00 na margem de contribuição total da empresa. Como o custo reduzido é positivo, tal situação indica que a demanda deste produto foi toda suprida, podendo, ainda, a margem de contribuição por m^3 deste produto ser reduzida para R\$ 418,55 que, ainda assim, o produto Mesa 4 lugares continua na base (ou seja, continua viável sua produção). Por sua vez, o campo “Permitido Aumentar” apresenta a indicação de que a margem de contribuição deste produto pode ser aumentada infinitamente, o que, logicamente, contribui para que este produto continue com sua viabilidade de elaboração garantida.

Ao explorar as informações geradas referente ao produto Mesa 6 lugares neste relatório, igualmente observa-se o valor final deste produto (base). Como nem toda a demanda para este produto foi atingida com a quantidade de produtos apresentada na otimização realizada no modelo, o valor do custo reduzido neste produto é zero. O campo “Permitido Aumentar” indica que a margem do produto Mesa 6 lugares pode ser aumentada em R\$ 648,75, enquanto o campo “Permitido Reduzir” indica que a margem deste produto pode ser reduzida em R\$ 397,50, sem que este produto saia da base (deixe de ser viável sua produção).

Analisando o campo das restrições deste relatório, encontram-se as possíveis alterações que as constantes das restrições podem sofrer (no caso deste modelo, a quantidade de m^3 de madeira disponível). No relatório em questão, observa-se inicialmente no campo do valor final a quantidade disponível de madeira para o período em questão ($160 m^3$). O campo seguinte apresenta a variável “Preço Sombra”, o qual é a quantidade pela qual a função objetivo é alterada, dado um incremento de uma unidade na constante de restrição, assumindo que todos os outros coeficientes e constantes permaneçam inalterados. Uma vez que o preço sombra da restrição de matéria prima apresenta valor positivo, tal fato indica que um aumento no lado direito da restrição (aumento na quantidade de matéria prima disponível) provoca um aumento na margem de contribuição total da empresa. A unidade dimensional do preço sombra é obtida pela definição do preço sombra, que é a variação no valor da função objetivo dividido por uma variação no lado direito da restrição. Como a função objetivo é medida em R\$ e o lado direito da restrição em unidades, a unidade do preço sombra desta restrição é dada em R\$/unidade. No caso em questão, o preço sombra da variável “ m^3 de madeira” indica o valor de 641,13. Isso significa que, caso a empresa disponha de mais $1 m^3$ de madeira, a margem de contribuição total irá aumentar em R\$ 641,13. Entretanto, este aumento não é infinito, uma vez que o campo “Permitido Aumentar” apresenta o valor de 65,4. Tal situação indica que, no modelo estruturado, a empresa demandaria de mais $65,4 m^3$ de madeira no período para a produção de seus produtos. Caso ela pudesse dispor de tal quantidade de matéria prima, toda a demanda de mesas (dos dois tipos) e de cadeiras poderá ser atendida. Além disso, uma quantidade de madeira superior a $225,4 m^3$ seria indiferente para a empresa, uma vez que todos os produtos demandados poderiam ser produzidos e o restante da matéria prima não utilizada permaneceria em estoque. Ainda neste mesmo campo do relatório de sensibilidade, observa-se a variável “Permitido Reduzir” apresentando o valor de 40. Da mesma forma, para cada m^3 de madeira que deixar de ser utilizado, a margem de contribuição total será diminuída deste valor. Este ganho acontece quando a disponibilidade de matéria prima estiver entre $120 m^3$ ($160-40$) e $225,4 m^3$ ($160+65,4$) de madeira. Atualmente, existem $160 m^3$ de madeira disponível para a elaboração dos produtos. Isso indica que, se a empresa reduzir em $40 m^3$ a sua disponibilidade de madeira, passando assim para $120 m^3$ disponíveis no período, todas as Mesas 4 lugares poderão ser produzidas (produto Mesa 4 lugares

continua na base). Entretanto, com essa quantidade de matéria prima, nenhuma Mesa 6 lugares poderá ser produzida (produto Mesa 6 lugares sairá da base).

4.3 Análise do Relatório de Limites

O relatório de limites é o último relatório oferecido pelo modelo apresentado. A Figura 4 apresenta o relatório de limites do modelo estruturado neste estudo.

Microsoft Excel 14.0 Relatório de Limites						
Planilha: [ANÁLISE SENSIBILIDADE.xlsx]DEFINIÇÃO MIX						
Relatório Criado: 19/07/2011 07:19:50						
Objetivo						
Célula	Nome	Valor				
\$D\$12	Margem Contrib.	R\$ 228.145,16				
Variável						
Célula	Nome	Valor	Inferior Limite	Objetivo Resultado	Superior Limite	Objetivo Resultado
\$B\$8	Mesa 4 lug PRODUÇÃO	300	0	25.645	300	228.145
\$B\$9	Mesa 6 lug PRODUÇÃO	65	0	202.500	65	228.145

Figura 4 – Relatório de limites

Em um primeiro momento, o relatório de limites apresenta dados referentes a função objetivo, que no caso deste modelo é a margem de contribuição total, indicando também o valor final da mesma depois da otimização realizada. Posteriormente, são apresentados dados referentes às variáveis de decisão (Mesa 4 lugares e Mesa 6 lugares) do modelo estruturado.

Analisando as variáveis de decisão, na parte da esquerda do relatório estão apresentados dados referentes às células utilizadas na decisão com valor ótimo. Entretanto, é na parte esquerda do relatório de limites que se encontram os dados mais relevantes para análise. O campo “Limite Inferior” apresenta valor zero para as duas variáveis de decisão, indicando que qualquer uma destas pode apresentar valor zero (ou seja, não ser produzido algum tipo de produto). Ao analisar o produto Mesa 4 lugares, observa-se o “Resultado Objetivo” com valor de 25.645. Este dado significa que, caso a produção de Mesa 4 lugares seja zerada, o valor da função objetivo (margem de contribuição total) será de R\$ 25.645,00. Situação análoga se observa na Mesa 6 lugares. Caso a produção deste produto seja zerada, o valor da margem de contribuição total será de R\$ 202.500,00. Por sua vez, no campo “Limite Superior” estão apresentadas as quantidades máximas admitidas neste modelo para serem produzidas para cada variável de decisão, respeitadas as restrições apresentadas para tanto. Assim, o resultado objetivo apresentado é o mesmo evidenciado na parte superior do relatório, representando a maior margem de contribuição total possível com o mix apresentado e as restrições presentes.

Considerações Finais

Com base na estruturação do modelo matemático elaborado para análise do problema proposto para uma indústria moveleira, foi possível realizar uma otimização do mesmo, tendo sido identificado o mix ótimo de produção para cada produto, considerando uma maximização da margem de contribuição total da empresa e respeitando as restrições apresentadas.

Na sequência, as análises de sensibilidade realizadas, representadas pelos relatórios de respostas, de sensibilidade e de limites apresentaram contribuições relevantes para o gerenciamento de uma empresa industrial, baseado em análises de custos correspondentes. Em especial, o relatório de sensibilidade, através das análises do preço sombra e do custo reduzido, aliado aos acréscimos e decréscimos permissíveis, fornecem importantes parâmetros para os gestores de empresas deste tipo.

Ressalta-se que a análise realizada limitou-se a um estudo de caso realizado em uma empresa do ramo moveleiro brasileiro, analisando uma quantidade limitada de produtos elaborados por esta empresa. Como sugestão, análises deste tipo podem ser realizadas ainda dentro do setor moveleiro, analisando realidades de empresas que elaboram outros tipos de produtos ou que apresentem restrições diferentes das apresentadas neste modelo. No mesmo sentido, análise semelhantes em empresas de outros setores igualmente se fazem necessárias, onde podem ser realizadas otimizações e identificadas oportunidades de melhorias em decorrência da programação linear, especialmente enfocando a análise de sensibilidade para tanto.

Referências

ANDRADE, E. L. **Introdução a Pesquisa Operacional: Métodos e modelos para análise de decisões**. Rio de Janeiro: LTC, 2002.

ARENALES, M; ARMENTANO, V. A.; MORABITO, R. **Pesquisa Operacional**. Rio de Janeiro: Campus, 2006.

BAZARAA, M. S., JARVIS, J. **Linear Programming and Network Flows**. New York, John Wiley & Sons, 2005.

COLIN, E. C. **Pesquisa Operacional: 170 aplicações em estratégia, finanças, logística, produção, marketing e vendas**. Rio de Janeiro: LTC, 2007.

CORRAR, L. J., THEÓPHILO, C. R. **Pesquisa Operacional para Decisão em Contabilidade e Administração**. São Paulo: Atlas, 2004.

HILLIER, F. S. **Introdução à Pesquisa Operacional**. São Paulo: Bookman, 2010.

LACHTERMACHER, G. **Pesquisa Operacional na Tomada de Decisões**. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009.

MARTINS, E. **Contabilidade de Custos**. 10. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

RIOS, I. D.; FREHCH, S. **A Framework for Sensitivity Analysis in Discrete Multiobjective Decision Making**. European Journal of Operational Research, 176-190, 1991.

SALO, A. A. **Interactive Decision Aiding for Group Decision Support**. European Journal of Operational Research, 134-149, 1995.

MOREIRA, D. A. **Pesquisa Operacional: Curso introdutório.** São Paulo: Thomson Learning, 2007.

TAHA, H. A. **Operations research: an introduction.** 8. ed. Upper Saddle River, N.J.: Pearson Prentice Hall, 2007.

WINSTON, W. L. **Operations Research Applications and Algorithms.** 4. ed. Belmont, California: Duxbury Press, 1994.